

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO



NOVIEMBRE 1943 — ENTREGA V — TOMO CXXXVI

SUMARIO

	Pág.
C. DIEULEFAIT. — La ley de Gauss multidimensional y su generalización	193
JUAN F. DE LÁZARO. — Un pleito secular entre Santiago del Estero y Tucumán (<i>Conclusión</i>)	216
G. A. FESTER y S. G. LEXOW. — Las raíces del género <i>Rebunium</i> en la tintorería americana	233

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1943

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
 Dr. Mario Isola †
 Dr. Germán Burmeister †
 Dr. Benjamín A. Gould †
 Dr. R. A. Phillippi †
 Dr. Guillermo Rawson †
 Dr. Carlos Berg †
 Dr. Valentín Balbín †
 Dr. Florentino Ameghino †

Dr. Carlos Darwin †
 Dr. César Lombroso †
 Ing. Luis A. Huergo †
 Ing. Vicente Castro †
 Dr. Juan J. J. Kyle †
 Dr. Estanislao S. Zeballos †
 Ing. Santiago E. Barabino †
 Dr. Carlos Spegazzini †
 Dr. J. Mendizábal Tamborel †

Dr. Walter Nernst †
 Dr. Alberto Einstein
 Dr. Cristóbal M. Hicken †
 Dr. Angel Gallardo †
 Dr. Eduardo L. Holmberg †
 Ing. Guillermo Marconi †
 Ing. Eduardo Huergo †
 Dr. Enrique Ferri †

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1943-1944)

<i>Presidente</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Enrique Chanourdie
<i>Vicepresidente 2º</i>	Ingeniero Julio R. Castiñeiras
<i>Secretario de actas</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Secretario de correspondencia.</i>	
<i>Tesonero</i>	Ingeniero Edmundo Parodi
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José C. Bertino
	Ingeniero Alfredo G. Galmarini
	Ingeniero Gastón Wunenburger
	Doctor Jorge Magnin
	Cap. de Frag. Marcos A. Savon
<i>Vocales</i>	Ingeniero Antonio Escudero
	Doctor Raúl Wernicke
	Ingeniero Juan B. Marchionatto
	Ingeniero Carlos M. Gadda
	Doctor José Llauro
	Doctor Juan C. Vignaux
	Ingeniero Belisario Alvarez de Toledo
	Ingeniero Héctor Ceppi
<i>Suplentes</i>	Ingeniero Pedro Rossell Soler
	Doctor E. Eduardo Krapf
	Ingeniero José M. Páez
	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Revisores de balances anuales</i> }	Arquitecto Carlos E. Géneau

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Artº 10 del Reglamento de los "ANALES" (modificado por la J. D. en su sesión de fecha 4 de septiembre 1941). Los escritos originales destinados a la Dirección de los "Anales", serán remitidos a la Administración de la Sociedad, calle Santa Fe 1145, a los efectos de registrar la fecha de entrega para luego enviarlos al señor Director. La Sociedad no tomará en consideración las observaciones de los autores que se refieran a cualquier anomalía, si no se ha cumplido con el requisito indicado.

LA LEY DE GAUSS MULTIDIMENSIONAL Y SU GENERALIZACION

POR

C. DIEULEFAIT

RESUMEN

Se hace una exposición completa de la ley de Gauss en el caso tridimensional. Se define el problema estadístico de la generalización de la función de Gauss y se indica su diferencia con respecto al problema estudiado en Análisis del desarrollo de una función en serie de polinomios, de Hermite. Se procede a la generalización de la función de Gauss tridimensional y se da el repertorio de fórmulas necesario para las aplicaciones.

1. — Se domina por completo la función de Gauss con n variables cuando se la conoce en el espacio de tres dimensiones.

Bastará entonces que consideremos la función:

$$A \cdot e^{-\frac{1}{2} P(x_1, x_2, x_3)} \quad [1]$$

suponiendo, para estar en el caso más general:

$$P = a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + \\ + 2 a_{23} x_2 x_3 + 2 a_{14} x_1 + 2 a_{24} x_2 + 2 a_{34} x_3 + a_{44}$$

Por simples procedimientos algebraicos se podrá determinar cuatro números a , b , c , l de modo que se verifique la identidad:

$$P(x_1, x_2, x_3) = Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c) + l \quad [2]$$

siendo:

$$Q = a_{11} (x_1 - a)^2 + a_{22} (x_2 - b)^2 + a_{33} (x_3 - c)^2 + 2 a_{12} \\ (x_1 - a) (x_2 - b) + 2 a_{13} (x_1 - a) (x_3 - c) + 2 a_{23} (x_2 - b) (x_3 - c)$$

para lo cual será necesario que:

$$a_{11} a + a_{12} b + a_{13} c = -a_{14}$$

$$a_{21} a + a_{22} b + a_{23} c = -a_{24}$$

$$a_{31} a + a_{32} b + a_{33} c = -a_{34}$$

habiéndose adoptado la usual convención $a_{i,j} = a_{j,i}$. Los valores a, b, c estarán determinados siempre que:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0. \quad [2']$$

Con ello el valor de l estará dado por:

$$l = a_{44} - Q(a, b, c)$$

Haciendo entonces $A e^{-\frac{l}{2}} = B$, la [1] se podrá escribir:

$$B e^{-\frac{1}{2} Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c)} \quad [3]$$

Para que la [3] admita una integral en todo el espacio y se verifique la condición:

$$B \iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2} Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c)} dX = 1 \quad \text{con } dX = dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3 \quad [4]$$

es preciso que Q , que es una forma cuadrática, sea siempre positiva, lo que implica que sea $\Delta > 0$.

En estas condiciones el problema que primeramente nos vamos a dedicar a exponer, es el de encontrar la significación que tienen los valores a, b, c y los demás elementos, desde el punto de vista de los momentos de la función [3].

Comencemos haciendo:

$$x_1 - a = u_1, \quad x_2 - b = u_2, \quad x_3 - c = u_3. \quad [4']$$

La [3] se podrá escribir:

$$\varphi(u_1, u_2, u_3) = B e^{-\frac{1}{2} Q(u_1, u_2, u_3)} \quad [5]$$

Observemos que

$$\iiint \frac{\partial \varphi}{\partial u_j} dU = 0 \quad \text{con } dU = du_1 du_2 du_3, \quad i = 1, 2, 3 \quad [6]$$

y omitiendo de aquí en adelante los extremos de las integrales que se extienden a todo el espacio.

Las [6] se verifican de inmediato. Para $i = 1$ se tiene:

$$\iint [\varphi(u_1, u_2, u_3) - \varphi(u_1, u_2, u_3)] du_2 du_3 = 0$$

$u_1 = +\infty \qquad \qquad \qquad u_1 = -\infty$

por ser nula $\varphi(u_1, u_2, u_3)$ para $u_1 = \pm \infty$, lo cual se debe a la hipótesis de ser Q una forma definida positiva.

Teniendo en cuenta que con las sustituciones [4'] es:

$$Q(u_1, u_2, u_3) = a_{11} u_1^2 + a_{22} u_2^2 + a_{33} u_3^2 + 2 a_{12} u_1 u_2 + 2 a_{13} u_1 u_3 + 2 a_{23} u_2 u_3 \quad [7]$$

de [5] y [7] se deduce que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} &= \varphi \frac{\partial \frac{1}{2} Q(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_1} = -[a_{11} u_1 + a_{12} u_2 + a_{13} u_3] \varphi = -\xi_1 \varphi \\ \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} &= -[a_{21} u_1 + a_{22} u_2 + a_{23} u_3] \varphi = -\xi_2 \varphi \quad [7'] \\ \frac{\partial \varphi}{\partial u_3} &= -[a_{31} u_1 + a_{32} u_2 + a_{33} u_3] \varphi = -\xi_3 \varphi. \end{aligned}$$

siguiéndose la sustitución inversa:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{\Delta} [\xi_1 \Delta_{11} + \xi_2 \Delta_{21} + \xi_3 \Delta_{31}] \\ u_2 &= \frac{1}{\Delta} [\xi_1 \Delta_{12} + \xi_2 \Delta_{22} + \xi_3 \Delta_{32}] \\ u_3 &= \frac{1}{\Delta} [\xi_1 \Delta_{13} + \xi_2 \Delta_{23} + \xi_3 \Delta_{33}] \end{aligned} \quad [8]$$

siendo $\Delta_{i,j}$ el menor de $a_{i,j}$ en Δ y siendo $\Delta_{i,j} = \Delta_{i,j}$ por ser Δ simétrico.

Los resultados [6] teniendo en cuenta los [7'] nos llevan a:

$$\iiint \varphi [a_{11} u_1 + a_{12} u_2 + a_{13} u_3] dU = 0$$

$$\iiint \varphi [a_{21} u_1 + a_{22} u_2 + a_{23} u_3] dU = 0$$

$$\iiint \varphi [a_{31} u_1 + a_{32} u_2 + a_{33} u_3] dU = 0$$

lo que siendo $\Delta \neq 0$ obliga que sea:

$$\iiint \varphi \cdot u_i dU = 0 \quad i = 1, 2, 3. \quad [9]$$

Teniendo en cuenta las [4'] para $i = 1$ se tendrá:

$$B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c)} (x_1 - a) dX = 0$$

de donde:

$$B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c)} x_1 dX = a. \quad [9']$$

Utilizando la notación de los momentos

$$m_{i,j,k} = B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(x_1 - a, x_2 - b, x_3 - c)} x_1^i x_2^j x_3^k dX$$

el resultado [9'] se podrá escribir:

$$m_{1,0,0} = a.$$

Análogamente, la [9] para $i = 2, 3$ nos llevará a las relaciones:

$$m_{0,1,0} = b, \quad m_{0,0,1} = c.$$

Los valores a, b, c que se habían determinado algebraicamente, no son otra cosa que las medias aritméticas de las variables x_1, x_2 y x_3 , respectivamente.

De las [7'] se sigue también que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_1^2} &= -\xi_1 \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} - \varphi \frac{\partial \xi_1}{\partial u_1} = \varphi [\xi_1^2 - a_{11}] \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_2^2} &= \varphi [\xi_2^2 - a_{22}] \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_3^2} &= \varphi [\xi_3^2 - a_{33}] \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_2 \partial u_1} &= -\xi_1 \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} - \varphi \frac{\partial \xi_1}{\partial u_2} = \varphi [\xi_1 \xi_2 - a_{12}] \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_3 \partial u_1} &= \varphi [\xi_1 \xi_3 - a_{13}] \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_2 \partial u_3} &= \varphi [\xi_2 \xi_3 - a_{33}]\end{aligned}$$

Pero se tiene:

$$\iiint \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_i^2} dU = \iiint \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u_i \partial u_j} dU = 0 \quad i \neq j = 1, 2, 3.$$

como se ve fácilmente, ya que al integrar la primera se tiene, tomando por ejemplo $i = 1$:

$$\iint \left| \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right|_{u_1=-\infty}^{u_1=+\infty} du_2 du_3 = \iint \left| -\varphi [a_{11} u_1 + a_{12} u_2 + a_{13} u_3] \right|_{-\infty}^{+\infty} du_2 du_3 = 0.$$

Se sigue entonces que:

$$\iiint \varphi [\xi_i^2 - a_{ii}] dU = \iiint \varphi [\xi_i \xi_j - a_{ij}] dU = 0$$

de donde:

$$\iiint \varphi \xi_i^2 dU = a_{i,i}$$

$$\iiint \varphi \xi_i \xi_j dU = a_{i,j}.$$

[10]

Con esto ya podemos enfrentar el cálculo de las variancias:

$$\begin{aligned} u_{2,0,0} = \sigma_1^2 &= B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(x_1-a, x_2-b, x_3-c)} (x_1-a)^2 dX = \\ &= \iiint \varphi(u_1, u_2, u_3) u_1^2 dU \end{aligned}$$

que teniendo en cuenta las [8] nos da:

$$\sigma_1^2 = \iiint \varphi \left[\frac{1}{\Delta} (\xi_1 \Delta_{11} + \xi_2 \Delta_{21} + \xi_3 \Delta_{31}) \right]^2 dU.$$

Desarrollando y teniendo en cuenta las [10], resulta:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = \frac{1}{\Delta^2} [a_{11} \Delta_{11}^2 + a_{22} \Delta_{21}^2 + a_{33} \Delta_{31}^2 + 2(a_{12} \Delta_{11} \Delta_{21} + \\ + a_{13} \Delta_{11} \Delta_{31} + a_{23} \Delta_{21} \Delta_{31})] \end{aligned}$$

o sea:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = \frac{1}{\Delta^2} [\Delta_{11} (a_{11} \Delta_{11} + a_{21} \Delta_{21} + a_{31} \Delta_{31}) + \Delta_{21} (a_{22} \Delta_{21} + \\ + a_{12} \Delta_{11} + a_{32} \Delta_{31}) + \Delta_{31} (a_{33} \Delta_{31} + a_{13} \Delta_{11} + a_{23} \Delta_{21})] \end{aligned}$$

obteniéndose así:

$$\sigma_1^2 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$$

y análogamente:

$$\sigma_2^2 = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \quad [10']$$

$$\sigma_3^2 = \frac{\Delta_{33}}{\Delta}$$

Siendo en cambio:

$$\mu_{1,1,0} = B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(x_1-a, x_2-b, x_3-c)} (x_1-a)(x_2-b) dX$$

con expresiones simétricas para $\mu_{1,0,1}$, $\mu_{0,1,1}$, se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_{1,1,0} &= \iiint \varphi u_1 u_2 dU = \\ &= \iiint \varphi \left[\frac{1}{\Delta} (\xi_1 \Delta_{11} + \xi_2 \Delta_{21} + \xi_3 \Delta_{31}) \right] \frac{1}{\Delta} (\xi_1 \Delta_{12} + \xi_2 \Delta_{22} + \xi_3 \Delta_{32}) dU \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta las [10] se obtiene:

$$\mu_{1,1,0} = \frac{\Delta_{1,2}}{\Delta}$$

y análogamente:

$$\mu_{1,0,1} = \frac{\Delta_{1,3}}{\Delta} \quad [10'']$$

$$\mu_{0,1,1} = \frac{\Delta_{2,3}}{\Delta}$$

Falta ahora determinar el coeficiente B por la condición [4]:

$$B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(u_1, u_2, u_3)} dU = 1.$$

Escribo para ello la identidad:

$$\begin{aligned} Q &= a_{11} u_1^2 + a_{22} u_2^2 + a_{33} u_3^2 + 2 a_{12} u_1 u_2 + 2 a_{13} u_1 u_3 + 2 a_{23} u_2 u_3 = \\ &= (\alpha_{11} u_1 + \alpha_{12} u_2 + \alpha_{13} u_3)^2 + (\alpha_{21} u_1 + \alpha_{22} u_2 + \alpha_{23} u_3)^2 + \\ &\quad + (\alpha_{31} u_1 + \alpha_{32} u_2 + \alpha_{33} u_3)^2. \end{aligned} \quad [11]$$

debiendo tenerse:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \alpha_{11}^2 + \alpha_{21}^2 + \alpha_{31}^2 & a_{22} &= \alpha_{12}^2 + \alpha_{22}^2 + \alpha_{32}^2 & a_{33} &= \alpha_{13}^2 + \alpha_{23}^2 + \alpha_{33}^2 \\ a_{12} &= \alpha_{11} \alpha_{12} + \alpha_{21} \alpha_{22} + \alpha_{31} \alpha_{32} & a_{13} &= \alpha_{11} \alpha_{13} + \alpha_{21} \alpha_{23} + \alpha_{31} \alpha_{33} \\ a_{23} &= \alpha_{12} \alpha_{13} + \alpha_{22} \alpha_{23} + \alpha_{32} \alpha_{33} \end{aligned} \quad [12]$$

Con lo que se evidencia que las [11] pueden verificarse de infinitos modos.

Si entonces se hace:

$$\begin{aligned} t_1 &= \alpha_{11} u_1 + \alpha_{12} u_2 + \alpha_{13} u_3 \\ t_2 &= \alpha_{21} u_1 + \alpha_{22} u_2 + \alpha_{23} u_3 \\ t_3 &= \alpha_{31} u_1 + \alpha_{32} u_2 + \alpha_{33} u_3 \end{aligned}$$

se tendrá:

$$Q(u_1, u_2, u_3) = t_1^2 + t_2^2 + t_3^2.$$

Se verifica que:

$$\frac{D(t_1, t_2, t_3)}{D(u_1, u_2, u_3)} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix} = \mathcal{D}.$$

Pero el cálculo de $\mathcal{D}$ se remite al de Δ . En efecto, si en los elementos $a_{j,i}$ sustituyo los valores dados por las [12], tendré:

$$\mathcal{D}^2 = \Delta,$$

de donde:

$$\frac{D[u_1, u_2, u_3]}{D[t_1, t_2, t_3]} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}.$$

Se tiene entonces:

$$\begin{aligned} B \iiint e^{-\frac{1}{2} Q(u_1, u_2, u_3)} dU &= \frac{B}{\sqrt{\Delta}} \iiint e^{-\frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2 + t_3^2)} dt_1 dt_2 dt_3 = \\ &= \frac{B}{\sqrt{\Delta}} \sqrt{(2\pi)^3} = 1 \end{aligned}$$

de donde resulta:

$$B = \sqrt{\frac{\Delta}{(2\pi)^3}}.$$

Tratemos ahora de escribir directamente la ley de Gauss cuando se nos suministre el repertorio de sus momentos hasta los de segundo orden inclusive: $\mu_{0,0,0} = 1$; $\mu_{1,0,0} = \mu_{0,1,0} = \mu_{0,0,1} = 0$; $\mu_{2,0,0}$, $\mu_{0,2,0}$, $\mu_{0,0,2}$, $\mu_{1,1,0}$, $\mu_{1,0,1}$, $\mu_{0,1,1}$.

Se podrá escribir también:

$$\mu_{2,0,0} = \sigma_1 \sigma_1 r_{11} \quad \mu_{0,2,0} = \sigma_2 \sigma_2 r_{22} \quad \mu_{0,0,2} = \sigma_3 \sigma_3 r_{33}$$

$$\mu_{1,1,0} = \sigma_1 \sigma_2 r_{12} \quad \mu_{1,0,1} = \sigma_1 \sigma_3 r_{13} \quad \mu_{0,1,1} = \sigma_2 \sigma_3 r_{32}.$$

siendo los r los coeficientes de correlación totales y en particular $r_{ii} = 1$. En esas condiciones quiere decir que conocemos el determinante:

$$H = \begin{vmatrix} \mu_{2,0,0} & \mu_{1,1,0} & \mu_{1,0,1} \\ \mu_{1,1,0} & \mu_{0,2,0} & \mu_{0,1,1} \\ \mu_{1,0,1} & \mu_{0,1,1} & \mu_{0,0,2} \end{vmatrix} = \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2 \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}$$

Teniendo entonces en cuenta las [10'] y las [10'']:

$$\frac{1}{\Delta^3} \begin{vmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2 R$$

siendo:

$$R = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \quad \text{con } r_{ij} = r_{ji}.$$

El sistema [8] podemos escribirlo teniendo en cuenta las [10'] y [10''] con ayuda de los μ segundos de orden. Pasando entonces a la sustitución inversa se tendrá:

$$\xi_1 = \frac{1}{H} [u_1 H_{11} + u_2 H_{21} + u_3 H_{31}]$$

$$\xi_2 = \frac{1}{H} [u_1 H_{12} + u_2 H_{22} + u_3 H_{32}]$$

$$\xi_3 = \frac{1}{H} [u_1 H_{13} + u_2 H_{23} + u_3 H_{33}]$$

siendo los H_{ij} los respectivos menores de H . Basta comparar con la sustitución contenida en las [7'] para concluir que:

$$a_{11} = \frac{H_{11}}{H}, \quad a_{12} = \frac{H_{12}}{H}, \quad a_{13} = \frac{H_{13}}{H}$$

$$a_{23} = \frac{H_{23}}{H}, \quad a_{22} = \frac{H_{22}}{H}, \quad a_{33} = \frac{H_{33}}{H}$$

o sea:

$$a_{i,j} = \frac{R_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$$

de todo lo cual resulta la gaussiana tridimensional:

$$G(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sqrt{(2\pi)^3 R}} e^{-\frac{1}{2R} \left[R_{11} \left(\frac{x_1 - a}{\sigma_1} \right)^2 + R_{22} \left(\frac{x_2 - b}{\sigma_2} \right)^2 + \right.} \\ \left. + R_{33} \left(\frac{x_3 - c}{\sigma_3} \right)^2 + 2 R_{12} \frac{x_1 - a}{\sigma_1} \cdot \frac{x_2 - b}{\sigma_2} + 2 R_{13} \frac{x_1 - a}{\sigma_1} \frac{x_3 - c}{\sigma_3} + 2 R_{23} \frac{x_2 - b}{\sigma_2} \frac{x_3 - c}{\sigma_3} \right]} \quad [13]$$

En particular, para el caso bidimensional, se tendrá:

$$G(x_1, x_2) = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 2\pi \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\left(\frac{x_1-a}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{x_2-b}{\sigma_2} \right)^2 - 2r \frac{x_1-a}{\sigma_1} \cdot \frac{x_2-b}{\sigma_2} \right]}$$

ya que:

$$R = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{vmatrix} = 1 - r^2 \quad R_{11} = R_{22} = 1.$$

$$R_{1,2} = R_{2,1} = -r, \quad m_{1,0} = a, \quad m_{0,1} = b.$$

Por último, para una sola variable, siendo:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad R_{11} = 1 \quad a = m_1$$

se tendrá:

$$G(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

A partir de la [13] toda extensión a un número mayor de variables, es inmediata.

2. — Generalización de la ley de Gauss unidimensional.

Tomando esta ley con variable reducida (lo que equivale a tomar como origen el valor $a = m_1$ y como unidad a σ) se tiene:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

encontrándose, al derivar:

$$\frac{d^n \varphi}{dx^n} = \varphi(x) (-1)^n H_n(x) \quad [14]$$

verificándose de aquí que:

$$I_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) H_m(x) H_n(x) dx \begin{cases} = 0 & \text{si } m \neq n \\ \neq 0 & \text{si } m = n \end{cases}$$

basta para probarlo suponer $m \geq n$, sustituir entonces φH_m de acuerdo con [14] integrando luego por partes. Resulta así $I_{n,n} = n!$

Esta propiedad es la que se utiliza para calcular los coeficientes A_n del desarrollo.

$$F(x) = \sum A_n H_n(x) \quad [15]$$

que aquí supondremos válido así como la aplicación de las integraciones término a término a efectuar.

Multiplicando ambos miembros de la [15] por $H_n(x) \varphi(x) dx$ e integrando se tendrá, en virtud de [14']:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) \varphi(x) H_n(x) dx = A_n n! \quad [16]$$

En las aplicaciones estadísticas el proceso de cálculos es diferente, y antes de ocuparnos del mismo mostremos que todo polinomio de grado m , como $\Phi_m(x)$ tal que, escrito con ayuda de los H sea, por ejemplo:

$$\Phi_m(x) = \alpha^4 + \alpha_1 H_1(x) + \dots + \alpha_m H_m(x).$$

verificará la condición:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) [F(x) - \Phi_m(x)]^2 dx \quad [17]$$

igual a un mínimo si las α se calculan según la [16], lo cual resulta de que siendo la integral [17] una función de los $m+1$ coeficientes α se deberá tener:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) [F(x) - \Phi_m(x)] \frac{\partial \Phi_m}{\partial \alpha_j} dx = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, m.$$

bastando con observar que $\frac{\partial \Phi_m}{\partial \alpha_j} = H_j(x)$ y tener en cuenta la [17] para concluir que deberá ser $\alpha_n = A_n$.

Pasemos ahora a la forma corriente de los cálculos en Estadística y sea $F(x)$ una función experimental de frecuencias cuya variable suponemos sea reducida.

Se verificará entonces:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) x^s dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) x^s dx \quad s = 0, 1, 2$$

En general los momentos de orden superior al segundo, serán diferentes. Supongamos entonces que se desea determinar una función teórica $P(x)$ tal que sus momentos coincidan con los de la $F(x)$ hasta un cierto orden $k < 2$ o sea que ha de verificarse:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) x^v dx = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) x^v dx \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots k.$$

Esta condición se transfiere a la siguiente:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) H_v(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) H_v(x) dx \quad v = 0, 1, \dots k.$$

Bastará así con definir la $P(x)$ del siguiente modo:

$$P(x) = \varphi(x) [\alpha_0 + \alpha_1 H_1(x) + \dots + \alpha_k H_k(x)].$$

deduciéndose de aquí:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x) H_v(x) dx = \alpha_v \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) H_v^2(x) dx$$

de donde:

$$\alpha_v = \frac{1}{v!} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) H_v(x) dx.$$

teniendo presente que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) H_v(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) H_v(x) dx = 0 \quad \text{para } v = 1, 2.$$

se tendrá:

$$P(x) = \varphi(x) [1 + \alpha_3 H_3(x) + \dots + \alpha_k H_k(x)]$$

Este último desarrollo, que suele llamarse de Bruns, o de Gram-Charlier, es precisamente el que generaliza a la función de Gauss $\varphi(x)$; mientras en Análisis los desarrollos con polinomios de Hermite se vinculan con la condición de los mínimos cuadrados, en Estadística ellos corresponden, en cambio, al método de los momentos.

En las aplicaciones k no excede el valor cuatro y el inconveniente serio que puede presentarse corresponderá a los casos en que el polinomio de cuarto grado: $1 + \alpha_3 H_3(x) + \alpha_4 H_4(x)$ tenga algún cero dentro de la zona corriente de la experiencia que, por ser x reducida, coincide más o menos con el intervalo $-3, +3$ como resulta de tener en cuenta el teorema de Tchebycheff.

3. — Generalización de la función de Gauss multidimensional.

Considero la función de Gauss con variables reducidas y en el caso tridimensional. Se tendrá entonces:

$$G(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 R}} e^{-\frac{1}{2R} [R_{11}x_1^2 + R_{22}x_2^2 + R_{33}x_3^2 + 2R_{12}x_1x_2 + 2R_{13}x_1x_3 + 2R_{23}x_2x_3]}$$

Se verifica de inmediato que:

$$\frac{\partial^{m+n+l} G}{\partial x_1^m \partial x_2^n \partial x_3^l} = G \cdot H_{m,n,l} \quad [18]$$

siendo $H_{m,n,l}$ un polinomio (de Hermite) en x_1, x_2, x_3 de grado $m + n + l$.

Se tendrá entonces que:

$$\iiint G H_{m,n,l} H_{m_1,n_1,l_1} dX \begin{cases} = 0 & \text{si } m+n+l \neq m_1+n_1+l_1 \\ \neq 0 & \text{si } m+n+l = m_1+n_1+l_1 \end{cases} \quad [19]$$

bastando para evidenciarlo y suponiendo que sea $m+n+l \geq m_1+n_1+l_1$ sustituir dentro de la integral: $G H_{m,n,l}$ por el primer miembro de la [18] y luego integrar por partes.

Para poner claramente de relieve el inconveniente (respecto a las dimensiones de los cálculos) que reporta el tipo de la ortogonalidad [19] supongamos que se la quiera utilizar para resolver la generalización de G correspondiente a una función experimental $F(x_1, x_2, x_3)$.

Se tomará entonces la función teórica $P(x_1, x_2, x_3)$ definida de esta forma:

$$P = G[\alpha_{0,0,0} + \alpha_{1,0,0} H_{1,0,0} + \alpha_{0,1,0} H_{0,1,0} + \alpha_{0,0,1} H_{0,0,1} + \\ + \alpha_{2,0,0} H_{2,0,0} + \dots]$$

imponiéndose la condición:

$$\iiint F \cdot x_1^m x_2^n x_3^l dX = \iiint P x_1^m x_2^n x_3^l dX.$$

lo que entraña la consecuencia:

$$\iiint F \cdot H_{m,n,l} dX = \iiint P H_{m,n,l} dX.$$

Al sustituir en la última integral la P por su desarrollo [20] debido a la [19] en nada contribuirán los términos del segundo miembro de la [20], cuyos subíndices tengan por suma una cantidad distinta a $m + n + l$, pero sí estarán « todos » aquellos cuyos subíndices sumados den $m + n + l$, con lo cual los coeficientes α no aparecen dados directamente sino al través de sistemas cuadrangulares de ecuaciones lineales.

Tal inconveniente quedará eliminado si, en lugar de la ortogonalidad [19], se tuviera una sucesión de polinomios $\mathcal{H}_{m,n,l}(x_1, x_2, x_3)$ (polinomios adjuntos de Hermite) para los cuales se verificase:

$$\iiint G H_{m,n,l} \mathcal{H}_{m_1,n_1,l_1} dX \begin{cases} = 0 & \text{si } m \neq m_1 \text{ ó } n \neq n_1 \text{ ó } l \neq l_1 \\ \neq 0 & \text{si } m = m_1 \text{ y } n = n_1 \text{ y } l = l_1. \end{cases} \quad [21]$$

Es de lo que pasaremos a ocuparnos a continuación, sin abandonar la particular posición estadística del problema.

Para ello comencemos con determinar la función característica:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) = \iiint G(x_1, x_2, x_3) e^{x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3} dX. \quad [21']$$

Si hago:

$$\frac{R_{11}}{R} x_1^2 + \frac{R_{22}}{R} x_2^2 + \dots + 2 \frac{R_{23}}{R} x_2 x_3 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$$

con:

$$\xi_i = x_{i1} x_1 + x_{i2} x_2 + x_{i3} x_3 \quad i = 1, 2, 3$$

que ha sido una sustitución más arriba empleada, tendré:

$$\begin{aligned} \psi(u_1, u_2, u_3) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n} R} \iiint e^{-\frac{1}{2}[\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2]} e^{x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3} \frac{D[x_1, x_2, x_3]}{D[\xi_1, \xi_2, \xi_3]} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \end{aligned}$$

debiendo tenerse:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{D} [\xi_1 D_{11} + \xi_2 D_{21} + \xi_3 D_{31}] \\x_2 &= \frac{1}{D} [\xi_1 D_{21} + \xi_2 D_{22} + \xi_3 D_{32}] \\x_3 &= \frac{1}{D} [\xi_1 D_{31} + \xi_2 D_{32} + \xi_3 D_{33}]\end{aligned}\quad [22]$$

siendo D_{ij} un menor de

$$D = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}$$

resultará:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}} \iiint e^{-\frac{1}{2}[\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2]} e^{x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3$$

Teniendo en cuenta las [22] podemos poner:

$$x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3 = \xi_1 U_1 + \xi_2 U_2 + \xi_3 U_3$$

con:

$$U_i = \frac{1}{D} [u_1 D_{i1} + u_2 D_{i2} + u_3 D_{i3}] \quad i = 1, 2, 3. \quad [23]$$

Luego:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi_1^2}{2} + \xi_1 U_1} d\xi_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi_2^2}{2} + \xi_2 U_2} d\xi_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi_3^2}{2} + \xi_3 U_3} d\xi_3$$

y como:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi_i^2}{2} + \xi_i U_i} d\xi_i = e^{\frac{U_i^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi_i - U_i)^2}{2}} d\xi_i = e^{\frac{U_i^2}{2}}$$

resulta:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) = e^{\frac{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}{2}} \quad [24]$$

Basta tener en cuenta las [23] para cerciorarse que al sustituir en la [24] se tendrá:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) = e^{\frac{a_1 u_1^2 + a_2 u_2^2 + a_3 u_3^2 + 2 b_1 u_1 u_2 + 2 b_2 u_1 u_3 + 2 b_3 u_2 u_3}{2}}$$

sin que sea necesario empenarse en determinar los coeficientes a y b en función de los $D_{i,j}$ sino que basta tener en cuenta que:

$$\left(\frac{\partial^{m+n+l} \psi}{\partial u_1^m \partial u_2^n \partial u_3^l} \right)_{u_1=u_2=u_3=0} = \iiint G \cdot x_1^m x_2^n x_3^l dX = q_{m,n,l}$$

Entonces, como en particular debe ser:

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial u_i} \right)_{u_1=u_2=u_3=0} = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial u_i^2} \right)_{u_1=u_2=u_3=0} = 1 \quad \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial u_i \partial u_j} \right)_{u_1=u_2=u_3=0} = r_{ij}$$

se concluye que:

$$\psi(u_1, u_2, u_3) = e^{\frac{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + 2 r_{12} u_1 u_2 + 2 r_{13} u_1 u_3 + 2 r_{23} u_2 u_3}{2}}$$

resultado que, además de su conocido interés estadístico, aquí desempeñará un rol importante.

Se tiene:

$$\frac{\partial^{m+n+l} \psi^{-1}}{\partial u_1^m \partial u_2^n \partial u_3^l} = \psi^{-1} \bar{H}_{m,n,l}(u_1, u_2, u_3). \quad [25]$$

con $\bar{H}_{m,n,l}$ polinomio en las variables u_1, u_2, u_3 , de grado $m+n+l$.

Si considero las variables u_1, u_2, u_3 iguales a las derivadas parciales del exponente de G tomado con signo positivo, o sea:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{R} [R_{11} x_1 + R_{12} x_2 + R_{13} x_3] \\ u_2 &= \frac{1}{R} [R_{21} x_1 + R_{22} x_2 + R_{23} x_3] \\ u_3 &= \frac{1}{R} [R_{31} x_1 + R_{32} x_2 + R_{33} x_3] \end{aligned} \quad [26]$$

de este modo los polinomios $\bar{H}$ vendrán a depender de $x_1 x_2 x_3$ y como la sustitución [26] es lineal, conservarán el mismo grado.

Indicando con $\mathcal{H}'_{m, n, l}(x_1, x_2, x_3)$ el resultado que se obtiene al sustituir en $\bar{H}_{m_1 n_1 l}(u_1, u_2, u_3)$ las u por las x pasemos a demostrar, siguiendo para ello el método de Hermite que:

$$\iiint G H_{m, n, l} \mathcal{H}_{m_1, n_1, l_1} dX \begin{cases} = 0 & \text{si } m \neq m_1 \text{ ó } n \neq n_1 \text{ ó } l \neq l_1 \\ \neq 0 & \text{si } m = m_1 \text{ y } n = n_1 \text{ y } l = l_1 \end{cases}$$

Para ello formamos la función:

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \sum_{m, n, l} G H_{m, n, l} \frac{h_1^m h_2^n h_3^l}{m! n! l!} \sum_{m_1, n_1, l_1} \bar{H}_{m_1, n_1, l_1} \frac{k^{m_1} k^{n_1} k^{l_1}}{m_1! n_1! l_1!} \quad [26']$$

obteniéndose:

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = G(x_1 + h_1, x_2 + h_2, x_3 + h_3) \frac{\psi^{-1}(u_1 + k_1, u_2 + k_2, u_3 + k_3)}{\psi^{-1}(u_1, u_2, u_3)}.$$

La fracción del segundo miembro nos da:

$$\psi^{-1}(k_1, k_2, k_3) e^{-(r_{11}k_1 + r_{12}k_2 + r_{13}k_3)u_1 - (r_{21}k_1 + r_{22}k_2 + r_{23}k_3)u_2 - (r_{31}k_1 + r_{32}k_2 + r_{33}k_3)u_3}$$

sustituyendo los valores de las u dados por las [26] y simplificando, se tiene:

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, x_2, x_3) &= \\ &= \psi^{-1}(k_1, k_2, k_3) G(x_1 + h_1, x_2 + h_2, x_3 + h_3) e^{-k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3} \end{aligned}$$

o bien (para preparar la integral a efectuarse):

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, x_2, x_3) &= \psi^{-1}(k_1, k_2, k_3) e^{h_1 k_1 + h_2 k_2 + h_3 k_3} \\ &G(x_1 + h_1, x_2 + h_2, x_3 + h_3) e^{-k_1(x_1 + h_1) - k_2(x_2 + h_2) - k_3(x_3 + h_3)} \end{aligned}$$

Luego, si indico con:

$$A = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x_1, x_2, x_3) dX$$

teniendo en cuenta la [21'] se hallará:

$$A = \psi^{-1}(k_1, k_2, k_3) e^{h_1 k_1 + h_2 k_2 + h_3 k_3} \psi(-k_1, -k_2, -k_3) = e^{h_1 k_1 + h_2 k_2 + h_3 k_3}$$

O sea:

$$A = \sum_{m, n, l} \frac{(h_1 k_1)^m (h_2 k_2)^n (h_3 k_3)^l}{m! n! l!}$$

lo que significa, teniendo en cuenta la [26'], que:

$$\iiint G(x_1, x_2, x_3) H_{mnl}(x_1, x_2, x_3) \mathcal{H}_{m_1, n_1, l_1}^p(x_1, x_2, x_3) dX \begin{cases} = 0 & \text{si } m \neq m_1 \text{ ó } n \neq n_1 \text{ ó } l \neq l_1 \\ \neq 0 & \text{si } m = m_1 \text{ y } n = n_1 \text{ y } l = l_1, \end{cases}$$

que era lo que se deseaba tener.

4. — Repertorio de los polinomios y fórmulas de los coeficientes del desarrollo generalizado.

Sin ningún inconveniente, siguiendo las instrucciones del texto se encuentra:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{1,0,0} &= -x_1 & \mathcal{H}_{0,1,0} &= -x_2 & \mathcal{H}_{0,0,1} &= -x_3 \\ \mathcal{H}_{2,0,0} &= x_1^2 - 1 & \mathcal{H}_{0,2,0} &= x_2^2 - 1 & \mathcal{H}_{0,0,2} &= x_3^2 - 1 \\ \mathcal{H}_{1,1,0} &= x_1 x_2 - r_{12} & \mathcal{H}_{1,0,1} &= x_1 x_3 - r_{13} & \mathcal{H}_{0,1,1} &= x_2 x_3 - r_{23} \\ \mathcal{H}_{3,0,0} &= -x_1^3 + 3x_1 & \mathcal{H}_{0,3,0} &= -x_2^3 + 3x_2 & \mathcal{H}_{0,0,3} &= -x_3^3 + 3x_3 \\ \mathcal{H}_{2,1,0} &= -x_2 x_1^2 + x_2 + 2r_{21} x_1 & \mathcal{H}_{2,0,1} &= -x_3 x_1^2 + x_3 + 2r_{13} x_1 & & \\ \mathcal{H}_{1,2,0} &= -x_1 x_2^2 + x_1 + 2r_{21} x_2 & \mathcal{H}_{1,0,2} &= -x_1 x_3^2 + x_1 + 2r_{31} x_3 & & \\ \mathcal{H}_{0,2,1} &= -x_3 x_2^2 + x_3 + 2r_{23} x_2 & \mathcal{H}_{0,1,2} &= -x_2 x_3^2 + x_2 + 2r_{32} x_3 & & \\ \mathcal{H}_{4,0,0} &= x_1^4 - 6x_1^2 + 3 & \mathcal{H}_{0,4,0} &= x_2^4 - 6x_2^2 + 3 & \mathcal{H}_{0,0,4} &= x_3^4 - 6x_3^2 + 3 \\ \mathcal{H}_{3,1,0} &= x_2 x_1^3 - 3x_1 x_2 - 3r_{21} x_1^2 + 3r_{12} & & & & \\ \mathcal{H}_{3,0,1} &= x_3 x_1^3 - 3x_1 x_3 - 3r_{13} x_1^2 + 3r_{13} & & & & \\ \mathcal{H}_{1,3,0} &= x_1 x_2^3 - 3x_1 x_2 - 3r_{21} x_2^2 + 3r_{21} & & & & \\ \mathcal{H}_{0,3,1} &= x_3 x_2^3 - 3x_2 x_3 - 3r_{23} x_2^2 + 3r_{23} & & & & \\ \mathcal{H}_{1,0,3} &= x_1 x_3^3 - 3x_1 x_3 - 3r_{31} x_1^2 + 3r_{31} & & & & \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}_{0,1,1} = x_2 x_3^2 - 3 x_2 x_3 - 3 r_{32} x_3^2 + 3 r_{23}$$

$$\mathcal{H}_{2,2,0} = x_1^2 x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 - 4 r_{12} x_1 x_2 + 2 r_{12}^2 + 1$$

$$\mathcal{H}_{2,0,2} = x_1^2 x_3^2 - x_1^2 - x_3^2 - 4 r_{13} x_1 x_3 + 2 r_{13}^2 + 1$$

$$\mathcal{H}_{0,2,2} = x_2^2 x_3^2 - x_2^2 - x_3^2 - 4 r_{23} x_2 x_3 + 2 r_{23}^2 + 1$$

$$\mathcal{H}_{2,1,1} = x_2 x_1 x_1^2 - r_{12} x_1^2 - x_2 x_1 - 2 r_{12} x_1 x_3 - 2 r_{13} x_1 x_2 + 2 r_{12} r_{13} + r_{23}$$

$$\mathcal{H}_{1,2,1} = x_1 x_3 x_2^2 - r_{13} x_2^2 - x_1 x_3 - 2 r_{21} x_2 x_3 - 2 r_{23} x_1 x_2 + 2 r_{21} r_{23} + r_{13}$$

$$\mathcal{H}_{1,1,2} = x_1 x_2 x_3^2 - r_{21} x_3^2 - x_1 x_2 - 2 r_{32} x_1 x_3 - 2 r_{31} x_2 x_3 + 2 r_{31} r_{32} + r_{21}$$

Este repertorio de los polinomios adjuntos será suficiente en las aplicaciones en que no se va más allá de los momentos del cuarto orden.

El repertorio de los polinomios H no plantea tampoco ninguna dificultad. Por comenzar se ve de inmediato que:

$$H_{1,0,0} = -\frac{1}{R} [R_{11} x_1 + R_{12} x_2 + R_{13} x_3]$$

$$H_{0,1,0} = -\frac{1}{R} [R_{21} x_1 + R_{22} x_2 + R_{23} x_3]$$

$$H_{0,0,1} = -\frac{1}{R} [R_{31} x_1 + R_{32} x_2 + R_{33} x_3]$$

Para hallar los polinomios siguientes y simplificar la escritura, hagamos:

$$H_{1,0,0} = A, \quad H_{0,1,0} = B, \quad H_{0,0,1} = C.$$

Con ello se tendrá:

$$H_{2,0,0} = A^2 - \frac{R_{11}}{R} \quad H_{0,2,0} = B^2 - \frac{R_{22}}{R} \quad H_{0,0,2} = C^2 - \frac{R_{33}}{R}$$

$$H_{1,1,0} = A \cdot B - \frac{R_{12}}{R} \quad H_{1,0,1} = AC - \frac{R_{13}}{R} \quad H_{0,1,1} = BC - \frac{R_{23}}{R}$$

$$H_{3,0,0} = A^3 - 3 \frac{R_{11}}{R} A \quad H_{0,3,0} = B^3 - 3 \frac{R_{22}}{R} B \quad H_{0,0,3} = C^3 - 3 \frac{R_{33}}{R} C$$

$$H_{2,1,0} = A^2 B - \frac{R_{11}}{R} B - 2 \frac{R_{12}}{R} A \quad H_{0,2,1} = B^2 C - \frac{R_{22}}{R} C - 2 \frac{R_{23}}{R} B$$

$$H_{2,0,1} = A^2 C - \frac{R_{11}}{R} C - 2 \frac{R_{13}}{R} A \quad H_{1,2,0} = B^2 A - \frac{R_{22}}{R} A - 2 \frac{R_{21}}{R} B$$

$$H_{1,0,2} = C^2 A - \frac{R_{33}}{R} A - 2 \frac{R_{31}}{R} C \quad H_{0,1,2} = C^2 B - \frac{R_{33}}{R} B - 2 \frac{R_{32}}{R} C$$

$$H_{1,1,1} = A B C - \frac{R_{12}}{R} C - \frac{R_{13}}{R} B - \frac{R_{23}}{R} A$$

$$H_{1,0,0} = A^4 - 6 \frac{R_{11}}{R} A^2 + 3 \left(\frac{R_{11}}{R} \right)^2$$

$$H_{0,1,0} = B^4 - 6 \frac{R_{22}}{R} B^2 + 3 \left(\frac{R_{22}}{R} \right)^2$$

$$H_{0,0,1} = C^4 - 6 \frac{R_{33}}{R} C^2 + 3 \left(\frac{R_{33}}{R} \right)^2$$

$$H_{3,1,0} = A^3 B - 3 \frac{R_{11}}{R} A B - 3 \frac{R_{12}}{R} A^2 + 3 \frac{R_{11} R_{12}}{R^2}$$

$$H_{3,0,1} = A^3 C - 3 \frac{R_{11}}{R} A C - 3 \frac{R_{13}}{R} A^2 + 3 \frac{R_{11} R_{13}}{R^2}$$

$$H_{1,3,0} = B^3 A - 3 \frac{R_{22}}{R} A B - 3 \frac{R_{21}}{R} B^2 + 3 \frac{R_{21} R_{22}}{R^2}$$

$$H_{0,3,1} = B^3 C - 3 \frac{R_{22}}{R} B C - 3 \frac{R_{23}}{R} B^2 + 3 \frac{R_{22} R_{23}}{R^2}$$

$$H_{1,0,3} = C^3 A - 3 \frac{R_{33}}{R} A C - 3 \frac{R_{31}}{R} C^2 + 3 \frac{R_{33} R_{32}}{R^2}$$

$$H_{0,1,3} = C^3 B - 3 \frac{R_{33}}{R} B C - 3 \frac{R_{32}}{R} C^2 + 3 \frac{R_{33} R_{32}}{R^2}$$

$$H_{2,2,0} = A^2 B^2 - \frac{R_{22}}{R} A^2 - \frac{R_{11}}{R} B^2 - 4 \frac{R_{12}}{R} AB + \\ + 2 \left(\frac{R_{12}}{R} \right)^2 + \frac{R_{11} R_{22}}{R^2}$$

$$H_{2,0,2} = A^2 C^2 - \frac{R_{11}}{R} C^2 - \frac{R_{33}}{R} A^2 - 4 \frac{R_{13}}{R} AC + \\ + 3 \left(\frac{R_{13}}{R} \right)^2 + \frac{R_{11} R_{33}}{R^2}$$

$$H_{0,2,2} = B^2 C^2 - \frac{R_{22}}{R} C^2 - \frac{R_{33}}{R} A^2 - 4 \frac{R_{23}}{R} BC + \\ + 2 \left(\frac{R_{13}}{R} \right)^2 + \frac{R_{11} R_{33}}{R^2}$$

$$H_{2,1,1} = A^2 BC - \frac{R_{23}}{R} A^2 - \frac{R_{11}}{R} BC - 2 \frac{R_{12}}{R} AC - \\ - 2 \frac{R_{13}}{R} AB + \frac{R_{11} R_{23}}{R^2} + 2 \frac{R_{12} R_{13}}{R^2}$$

$$H_{1,2,1} = B^2 AC - \frac{R_{13}}{R} B^2 - \frac{R_{22}}{R} AC - 2 \frac{R_{21}}{R} BC - \\ - 2 \frac{R_{23}}{R} AB + \frac{R_{22} R_{13}}{R^2} + 2 \frac{R_{21} R_{23}}{R^2}$$

$$H_{1,1,2} = C^2 AB - \frac{R_{21}}{R} C^2 - \frac{R_{33}}{R} BA - 2 \frac{R_{32}}{R} CA - \\ - 2 \frac{R_{11}}{R} CB + \frac{R_{23} R_{21}}{R^2} + 2 \frac{R_{32} R_{31}}{R^2}.$$

Siendo:

$$\iiint F \cdot x_1^m x_2^n x_3^l dX = \iiint G \cdot x_1^m x_2^n x_3^l dX \quad \text{para } m + n + l \leq 2$$

y en consecuencia:

$$\iiint F \cdot H_{m,n,l} dX = \iiint G \cdot H_{m,n,l} dX \quad m + n + l \leq 2$$

$$\text{y} \quad \iiint G \cdot H_{m,n,l} dX = 0 \quad \text{para } m + n + l \neq 0$$

resulta:

$$\iiint F \cdot H_{m,n,l} dX = 0 \quad \text{para } 0 < m + n + l \leq 2.$$

Se sigue entonces que los coeficientes:

$$\alpha_{1,0,0}, \quad \alpha_{0,1,0}, \quad \alpha_{0,0,1}, \quad \alpha_{1,1,0}, \quad \alpha_{1,0,1}, \quad \alpha_{0,1,1}, \quad \alpha_{2,0,0}, \quad \alpha_{0,2,0}, \quad \alpha_{0,0,2}$$

del desarrollo generalizado son nulos, con lo que resulta:

$$\begin{aligned} P(x_1, x_2, x_3) = G(x_1, x_2, x_3) [1 + \alpha_{3,0,0} H_{3,0,0} + \alpha_{0,3,0} H_{0,3,0} + \\ + \alpha_{0,0,3} H_{0,0,3} + \alpha_{2,1,0} H_{2,1,0} + \alpha_{2,0,1} H_{2,0,1} + \alpha_{1,2,0} H_{1,2,0} + \\ + \alpha_{0,2,1} H_{0,2,1} + \alpha_{1,0,2} H_{1,0,2} + \alpha_{0,1,2} H_{0,1,2} + \alpha_{1,1,1} H_{1,1,1} + \\ + \alpha_{4,0,0} H_{4,0,0} + \alpha_{0,4,0} H_{0,4,0} + \alpha_{0,0,4} H_{0,0,4} + \alpha_{3,1,0} H_{3,1,0} + \\ + \alpha_{3,0,1} H_{3,0,1} + \alpha_{1,3,0} H_{1,3,0} + \alpha_{0,3,1} H_{0,3,1} + \alpha_{1,0,3} H_{1,0,3} + \\ + \alpha_{0,1,3} H_{0,1,3} + \alpha_{2,2,0} H_{2,2,0} + \alpha_{2,0,2} H_{2,0,2} + \alpha_{0,2,2} H_{0,2,2} + \\ + \alpha_{2,1,1} H_{2,1,1} + \alpha_{1,2,1} H_{1,2,1} + \alpha_{1,1,2} H_{1,1,2}]. \end{aligned}$$

Indicando con $q_{m,n,l}$ los momentos reducidos experimentales los veinticinco coeficientes α que intervienen en la generalización de la función de Gauss, están dados por el siguiente repertorio:

$$\begin{aligned} \alpha_{3,0,0} &= -\frac{q_{3,0,0}}{3!} & \alpha_{0,3,0} &= -\frac{q_{0,3,0}}{3!} & \alpha_{0,0,3} &= -\frac{q_{0,0,3}}{3!} \\ \alpha_{2,1,0} &= -\frac{q_{2,1,0}}{2!} & \alpha_{2,0,1} &= -\frac{q_{2,0,1}}{2!} & \alpha_{1,2,0} &= -\frac{q_{1,0,2}}{2!} \\ \alpha_{1,0,2} &= -\frac{q_{1,0,2}}{2!} & \alpha_{0,2,1} &= -\frac{q_{0,2,1}}{2!} & \alpha_{0,1,2} &= -\frac{q_{0,1,2}}{2!} \\ \alpha_{4,0,0} &= \frac{q_{4,0,0} - 3}{4!} & \alpha_{0,4,0} &= \frac{q_{0,4,0} - 3}{4!} & \alpha_{0,0,4} &= \frac{q_{0,0,4} - 3}{4!} \\ \alpha_{3,1,0} &= \frac{q_{3,1,0} - 3 r_{1,2}}{3!} & \alpha_{0,3,1} &= \frac{q_{0,3,1} - 3 r_{2,3}}{3!} \\ \alpha_{3,0,1} &= \frac{q_{3,0,1} - 3 r_{1,3}}{3!} & \alpha_{1,0,3} &= \frac{q_{1,0,3} - 3 r_{3,1}}{3!} \end{aligned}$$

$$\alpha_{1,3,0} = \frac{q_{1,3,0} - 3 r_{2,1}}{3!}$$

$$\alpha_{0,1,3} = \frac{q_{0,1,3} - 3 r_{2,3}}{3!}$$

$$\alpha_{2,2,0} = \frac{q_{2,2,0} - 2 r_{1,2}^2 - 1}{2! 2!}$$

$$\alpha_{2,0,2} = \frac{q_{2,0,2} - 2 r_{1,3}^2 - 1}{2! 2!}$$

$$\alpha_{0,2,2} = \frac{q_{0,2,2} - 2 r_{2,3}^2 - 1}{2! 2!}$$

$$\alpha_{2,1,1} = \frac{q_{2,1,1} - 2 r_{1,2} r_{1,3} - r_{2,3}}{2!}$$

$$\alpha_{1,2,1} = \frac{q_{1,2,1} - 2 r_{2,1} r_{2,3} - r_{1,3}}{2!}$$

$$\alpha_{1,1,2} = \frac{q_{1,1,2} - 2 r_{3,2} r_{1,3} - r_{2,1}}{2!}$$

REFERENCIAS

- R. V. MISES. — *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Leipzig, 1931.
 J. V. USPENSKY. — *Introduction to mathematical Probability*. N. York, 1937.
 G. DARMOIS. — *Statistique mathématique*. París, 1928.
 P. APPELL y K. DE FÉRIET. — *Fonctions Hypérogéométriques*. París, 1928.
 CH. HERMITE. — *Oeuvres*, t. II. París, 1908.

INSTIT. ESTADÍSTICA
 FAC. CS. ECONÓMICAS - ROSARIO

UN PLEITO SECULAR ENTRE SANTIAGO DEL ESTERO Y TUCUMAN

(1685 - 1788)

POR

JUAN F. DE LAZARO

(*Conclusión* *)

La abundancia de la yerba llamada *nío*, que era argumento de peso en la representación santiagueña para oponerse a la obligación de conducirse por el camino antiguo, era natural y común en muchas partes, sobre todo en la primavera nacía prodigiosamente, sin embargo ello no impedía que los mismos que denunciaban su existencia, pintando los estragos que ella producía con tan negras tintas, trajesen a invernar sus ganados a esa región, sin poner reparos entonces a los graves peligros que eso significaba para la conservación de sus boyadas. Debemos advertir que dicha yerba era abundante en casi todo el Tucumán, así por ejemplo, en jurisdicción de la actual provincia de Córdoba, y sin embargo la muerte de alguno que otro animal no llegó a impedir nunca, que esa ciudad fuese punto de tránsito obligado, a pesar de poderse caminar desde la *cuesta del Totoral*, en derechura al *río Tercero*, por lo que entonces se denominaba el *Paso de Ferreyra*, sin necesidad de dar tantas vueltas y correr tantos riesgos para entrar y tocar en la ciudad de Córdoba; y si alguna vez alguna tropa quiso tomar vía recta no le fué permitido, pues de generalizarse la costumbre, es decir, continuando ese camino derecho, la ciudad de Córdoba hubiera corrido distinta suerte de la que tuvo, disminuyéndose y esto no ocurrió a

(*) Ver entregas anteriores.

pesar de no tener como la ciudad de San Miguel de Tucumán, cédula real ni disposición de excepción que la favoreciese, obligando al tránsito por ella a las carreturías y recuas del tráfico comercial. Idéntico caso se ofrecía con la ciudad de Santa Fe, que gozando de los beneficios que le reportaba el intenso comercio del Paraguay y Corrientes, los poderosos comerciantes del puerto de Buenos Aires, pretendieron derivar, para su mayor conveniencia, dicho tráfico directamente hacia la ciudad porteña, pero cuando esta maniobra fué denunciada por el cabildo de la ciudad de Santa Fe a Su Majestad, representando que iba aniquilándose por falta de ese comercio, el soberano le concedió la merced de ser puerto obligado, a pesar de que era más gravosa la conducción de la yerba en carretas desde Santa Fe hasta Buenos Aires, que por el río, en los mismos barcos que la traían del Paraguay o Corrientes (28).

Todas estas disposiciones evidenciaban que el monarca quería y deseaba el aumento y progreso de las ciudades, a las que favorecía con medidas de excepción, como en los casos citados, si era necesario.

El pleito a que nos venimos refiriendo se estacionó desde ese momento hasta el año de 1762, como veremos más adelante.

La ciudad de Tucumán, preparó los recaudos de la defensa de sus derechos, que acabamos de sintetizar y los elevó al gobernador (29), para que los enviara a la Audiencia de Charcas a donde no llegaron los oficios formados por la ciudad de Santiago del Estero, pues ésta se abstuvo de hacerlo, logrando de este modo el mantenerse en el despojo que causaba a San Miguel de Tucumán, continuando el tránsito por el camino de Palomar y Tenené, subrepticamente,

(28) AGUSTÍN ZAPATA GOLLÁN: «*Las puertas de la tierra. Jornadas del Litoral*». Ministerio de Justicia e Instrucción Pública. Universidad Nacional del Litoral. Instituto Social, Santa Fe, 1939. 2ª Edición. «El puerto preciso», páginas 80/84.

(29) La defensa del cabildo tucumano contestando a las imputaciones de la petición del cabildo santiaguense, fué elevada al gobernador Pestaña y Chumacero, el 28 de mayo, registrándose en los libros capitulares toda la documentación pertinente con fecha 31 de ese mismo mes. (Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 50 (51). El gobernador acusó recibo de ella desde la ciudad de Salta, el 27 de junio de ese año, refiriéndose a «*la bien fundada respuesta que dió*» el cabildo tucumano. (Actas Capitulares, loc. cit., folio 49 (50).

a pesar de las severas penas que en reiteradas disposiciones se habían anunciado.

Corría el mes de agosto de 1760, cuando el procurador general de San Miguel de Tucumán, sargento mayor don Pedro Joseph Rodríguez, elevó al cabildo una petición solicitando que el cuerpo capitular tomase medidas contra este tráfico de carreteros y pasajeros que contraviniendo el auto expedido por el gobernador don Juan Victorino Martínez de Tineo, reiterado por su sucesor don Juan Francisco de Pestaña y Chumacero, muchas veces, extraviaban el camino carril que transitaba por la ciudad de San Miguel y dejándola de lado, tiraban en derechura por el del Palomar. En esta presentación volvía a recordarse la real cédula de 1680 —de la traslación—, porque en ella se registraban los motivos primordiales que motiváronla ⁽³⁰⁾.

Reunido el cabildo el día 4 de agosto de ese año, se vió el testimonio que de todos los antecedentes del pleito se mandaría al gobernador y capitán general de la provincia don Joaquín Espinosa y Dávalos, en defensa de los derechos que asistían a San Miguel para oponerse al mencionado tránsito, acordándose despachar un procurador con poderes suficientes y bien instruído para que prosiguiera la instancia ante los tribunales que conviniesen, en el supuesto caso que el gobernador no resolviese el asunto. El mismo procurador general de la ciudad se allanó a desempeñar esa misión, acordándose darle poder suficiente para su cumplimiento, con expresa obligación de los propios y rentas de la ciudad para sufragar los gastos ⁽³¹⁾. Al mes siguiente el día 29 se reunió nuevamente el cabildo a efectos de tratar lo provisto por el gobernador, sobre la presentación que se le elevara por intermedio del procurador Rodríguez, pero por no hallarse presentes todos los vocales del cuerpo capitular, se postergó para otro acuerdo, a celebrarse el 10 de no-

(30) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 148/148 v.

(31) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 240 v./241. El día 2 de diciembre de 1760 el cabildo tucumano consideró la cuenta de los gastos que de esta comisión ante el gobernador de la provincia presentó el mencionado procurador general, abonándosele de los propios de la ciudad la cantidad de 38 \$ (loc. cit., folios 251 v./252).

viembre ⁽³²⁾, la ejecución de lo que su señoría el gobernador ordenaba, que era la citación de 6 vecinos destacados, para que unidos a los cabildantes titulares, resolvieran en consejo extraordinario el temperamento a seguir.

Llegado el día fijado, el cabildo resolvió citar, por cualquiera de los señores alcaldes al general don Diego Domínguez, regidor jubilado, al maestre de campo don Diego de Villafañe, al maestre de campo don Miguel de Molina o en su defecto a su hijo el sargento mayor don Joseph de Molina, al maestre de campo don Miguel de Aráoz, al sargento mayor don Pedro Rodríguez, tesorero de la Real Hacienda, y a don Francisco Xavier de Cabrera por considerárseles los seis principales vecinos con los cuales podría determinarse lo pertinente al día siguiente 11 de noviembre ⁽³³⁾. Ese día se reunió en las casas del ayuntamiento, el cabildo extraordinario con la presencia de los titulares ⁽³⁴⁾ y de los vecinos citados, considerándose lo resuelto por el señor gobernador que se ocurriese a la Real Audiencia del distrito. — Chareas —, acordóse que también debía darse cuenta de esa instancia al cabildo de la ciudad de Santiago del Estero, para evitar ulteriores inconvenientes, para lo cual se nombrarían apoderados de ambas partes, con poderes bastantes a los efectos de las ocurrencias que pudieran producirse ante los estrados del superior tribunal, donde se pensaba radicar el pleito. Este acuerdo extraordinario dió por resultado la designación del maestre de campo don Diego de Villafañe y del capitán don Joseph de Molina como apoderados de la ciudad de San Miguel de Tucumán, obligándose los participantes de este cabildo extraordinario y demás vecinos y moradores por su voz, para abonar las costas que se causaren, en prorratio ⁽³⁵⁾.

Los tránsitos llevaban mucho tiempo, mientras tanto el tránsito continuaba, llegando a motivar de parte del Teniente Tesorero de la Real Caja de Tucumán, un informe a los señores oficiales reales

(32) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 246/246 v. ^

(33) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 246 v./247.

(34) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 247 v./249.

(35) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 248/248 v.

de la Aduana de Jujuy, que elevó el 7 de febrero de 1762 ⁽³⁶⁾ demostrando los inconvenientes que surgían del empleo de la ruta prohibida «*para conducir por ella efectos de ilícito comercio y considerable porción de negros*».

Informados así los funcionarios de la Real Contaduría de Jujuy, don Gaspar Lozano y don Francisco de Martiarena, acordaron dar cuenta al Virrey del Perú para que determinase precisamente que los comerciantes y demás personas que transitasen por la Provincia entraran puntualmente a la ciudad de San Miguel ⁽³⁷⁾.

El resultado de todas estas gestiones realizadas por el cuerpo capitular, su procurador general y sus diputados ante el gobernador y la Real Audiencia, y las que por su parte llevaron adelante los oficiales reales de la Real Aduana de Jujuy ante el Virrey, fué lograr la Real Provisión que por fin se obtuvo el 9 de octubre de 1762 ⁽³⁸⁾.

Es indudable que también contribuyeron grandemente a obtener esta disposición audencial los trámites directos del representante

(36) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 4, años 1757-1767, folios 342/342 v.

(37) La contestación de los oficiales reales de la Contaduría de Jujuy al Teniente de la Real Caja de Tucumán, es de fecha 30 de abril de 1762 y refiriéndose al uso del camino del Palomar expresa: «*respecto de ser aquel camino avanzado a la parte del enemigo y siendo por esta razón preciso e indispensable ver de remediar tan irreparables daños como se sigue así a la Real Hacienda como a la tranquilidad de la república hemos acordado y determinado dar cuenta al Excmo. Sr. Virrey de estos reinos para que enterado S. E. del caso mande y precise a los comerciantes y demás personas que transitaran por esta provincia entren en esa ciudad precisa y puntualmente bajo de las penas que fuere servido arbitrar, a cuyo fin será bien que Vuesa Merced nos remita una información de ser cierta con autorización o legalización del Muy Ilustre Cabildo de esa ciudad para que acompañemos con nuestra petición y en estos términos más fácilmente se conseguirá este negocio de tanta importancia ...*».

(38) Esta Real provisión mediante la cual se ordenaba «*al gobernador y demás justicias de la Provincia de Tucumán por lo que les toca guarden, cumplan y executen lo contenido en el auto últimamente preveído por esta Real Audiencia y el que cita en ella inserto*» (el del 30 de setiembre de 1749, del gobernador Martínez de Tineo) está firmada por don Francisco Javier de Palacio, don Joseph Giraldes y Pino y don Joseph Lopez Lisperger y refrendada por el escribano de Cámara don Sebastián de Toro (Ver Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 4, folios 227/244).

del cabildo tucumano ante este Tribunal don Juan de Cabrera y Urriola. Además mucho favoreció esta decisión que la ciudad de Santiago del Estero no se hubiera presentado ante los estrados de la Audiencia, como lo certificaba el escribano de cámara que no halló entre los oficios de la causa el recurso de esa ciudad. De cualquier modo el dictamen favorable a la ciudad de Tucumán dado por el fiscal el día 30 de setiembre de 1762 ⁽³⁹⁾, fué hecho suyo por la Audiencia que dictó auto, el día 14 de octubre de ese año, librando la Real Provisión y ordenando su publicación, en toda la jurisdicción de la Provincia, haciéndola saber al propio tiempo a la ciudad de Santiago del Estero para que ocurriese a usar de su derecho si le conviniera.

Del cumplimiento de esta Real Provisión se encargaba especialmente al gobernador de la provincia bajo pena de 500 pesos ensayados aplicados a la Real Cámara.

Esta providencia fué presentada ante el cuerpo capitular tucumano en cabildo especial por el alcalde de primer voto, el día 7 de noviembre y acto seguido el cuerpo en pleno asistió desde las puertas de la casa del ayuntamiento a la publicación por bando de la Real Provisión ante el vecindario convocado a son de caja de guerra ⁽⁴⁰⁾.

Empeñado en hacer ejecutar esta disposición de la Audiencia, el cabildo de la ciudad de Tucumán, acordó el día 15 de noviembre de ese año, nombrar a don Felipe Posadas, vecino de la ciudad, con comisión bastante para que habitando en el *paraje de Burruyacu* asistiese en él, atajando los transgresores y dándole veinte días de plazo a contar de esa fecha para publicar esta disposición ante el concurso de vecinos de esos lugares, lo que ejecutó el día 22 de noviembre ⁽⁴¹⁾.

Su actuación comenzó el mismo día de la publicación de su nombramiento en el paraje mencionado, deteniendo una tropa de carretas que iba de la ciudad de Santiago del Estero a la de Jujuy por el camino prohibido. Su dueño don Juan Francisco Santillán

⁽³⁹⁾ Figura en los folios 239 v./241 v. del tomo 4, de la Sección Administrativa del Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán.

⁽⁴⁰⁾ Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 4, folios 243/243 v. y 243 v/244.

⁽⁴¹⁾ Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 4, folios 245/248.

alegó ignorar la Provisión Real, aduciendo que había salido de Santiago el día 15 y que nada se había allí publicado al respecto, ofreciendo el testimonio de varias personas que con él viajaban como pasajeros de su tropa, las cuales ante la situación que se les planteaba de retroceder hasta San Miguel resolvieron elevar una representación al cabildo tucumano solicitando permiso para continuar su viaje por los atrasos y perjuicios que la demora les ocasionaría, firmándola don Nicolás del Valle — que marchaba a Potosí de cuyas Cajas Reales había sido nombrado oficial —, don Joseph de Iturriaga, don Francisco Ignacio de Gurriaga, don Lorenzo de Gorcaliza y don Juan Antonio de Endeiza, haciéndolo también el juez comisionado don Felipe Posadas que fué quien la envió al cuerpo capitular. Al día siguiente el cabildo noticiado del hecho y de sus circunstancias accedió a la súplica de los viajeros, pero avisó al propio tiempo al sargento mayor don Esteban Carmona, teniente tesorero de las Reales Cajas de la ciudad, para que pasara al paraje de Burruyacú a cumplir con su obligación de efectuar el registro correspondiente. Este funcionario acompañado del alcalde de segundo voto sargento mayor don Joseph de Molina realizaron la diligencia en el paraje de *Las Cortaderas* y encontrando todo en orden dieron pase libre a la tropa ⁽⁴²⁾.

(42) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 4, folios 248 v/249 v. A pesar de haber obtenido este permiso por las razones explicadas, a su regreso de la ciudad de Jujuy, tomó nuevamente por el camino prohibido y llegado a Burruyacú descargó varias encomiendas que conducía para personas de San Miguel. Estas mismas personas dieron la noticia confidencialmente al tesorero de la real hacienda don Esteban Carmona y al tesorero de Santa Cruzada maestro de campo don Joseph de Figueroa, alcaldes ordinarios de la ciudad de San Miguel, justificando el menosprecio del carretero Santillán a la intimación que se le hiciera en el viaje de ida. Pero de nada valieron esta vez las excusas, Santillán se vió obligado para obtener su libertad a ofrecer fiador, mientras se daba cuenta de todo al gobernador, el 10 de enero de 1763, mediante sumario cuyos testigos fueron don José Malluguiza y don José Deu. Notificado de ello Santillán pretendió defenderse alegando que las encomiendas aludidas no venían en sus carretas sinó en otras agrupadas a su tropa y que eran propiedad de don Francisco Borja Zarco a quien venían consignadas, y con ánimo de no permanecer preso, ofreció la fianza de don Prudencio Zavaleta que aceptó serlo (ver Archivo Histórico de Tucumán, Secc. Adm., tomo 4, folios 249 v./252 v.) y Santillán pudo mientras tanto marcharse a Santiago del Estero.

Pero este arriero parecía ser incorregible, pues aprovechando los días de Semana Santa de ese mismo año de 1763, en que era difícil a las autoridades

Del estricto cumplimiento de esta providencia dá clara cuenta el siguiente caso. En los primeros días del mes de febrero del año siguiente, 1763, se presentó ante el alcalde de primer voto de la ciudad de San Miguel, el vecino de la de Santa Fe, don Diego de Ledesma quien se dirigía con su tropa de carretas hacia las provincias de arriba, solicitando entrar en la ciudad siempre que luego se le concediese licencia para tomar por el camino del Palomar. Conocida esta propuesta por el cuerpo capitular tucumano con fecha 15 de febrero de 1763, le fué denegada, invocándose para ello la real provisión de Su Alteza la Audiencia de Charcas y el auto del 9 de octubre de 1762, de acuerdo a cuyas disposiciones resultaba no ser facultativo del cabildo dispensar licencia o ir en contra de lo que estas medidas establecían (⁴³)

Otro aspecto que ofrece este pleito son los gastos causados en las gestiones empeñadas para lograr la Real Provisión. Recordaremos que por acuerdo del día 11 de noviembre de 1760, el ayuntamiento de la ciudad de San Miguel se obligó junto con su vecindario a satisfacerlos. Obtenida la medida audencial perseguida con tanto ahínco, el sargento mayor don Joseph de Molina como apoderado general ante la Audiencia de Charcas, presentó al cabildo tucumano el 22 de setiembre de 1763, las cuentas de los gastos, que alcanzaban a la suma de seiscientos sesenta y un pesos y siete reales (⁴⁴). El cuerpo capitular dispuso se pasaran esas cuentas al alguacil mayor, regidor propietario don Francisco Texerina y Barreda, para que junto con el procurador del común, don Juan López Ríos, las examinasen y diesen su dictamen, después de lo

tener noticia de su paso por la jurisdicción, volvió a efectuar la travesía hacia Jujuy por el camino de Palomar. Días más tarde se supo su acción y el alguacil mayor de la ciudad de San Miguel lo denunciaba al cabildo y pedía se tomasen las medidas pertinentes. El cuerpo capitular resolvió dirigirse al gobernador solicitando se le diese noticia de la providencia dada por su antecesor en la causa que se le iniciara al mismo Santillán en el año de 1762 y respecto de su reincidencia se comisionó al alcalde primer voto para que informase las razones que existían para que menudeasen estos tránsitos por el camino prohibido. (Ver: Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 402/403 v.).

(⁴³) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 300 v./301.

(⁴⁴) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 312/313.

cual se citaría a cabildo abierto y con la concurrencia de vecinos se deliberaría sobre la forma de efectuar el prorratio. Al día siguiente se reunió el cabildo y asistieron el procurador general y apoderado en cortes don Joseph de Molina y seis vecinos especialmente citados, que fueron el maestro de campo don Miguel Aráoz, don Francisco Xavier de Cabrera, don Pedro Joseph Rodríguez, don Bernardo Díaz Peña, don Fermín Texerina y don Miguel Laguna, para tratar sobre los gastos causados.... «*en la So-litud de la Real Provisión, que se ha conseguido para que no se transite el Camino del Palomar y mas gastos de el pleito...*» ⁽⁴⁵⁾, pero la ausencia de los alcaldes ordinarios de primero y segundo voto, don Joseph de Figueroa y don Esteban Carmona, respectivamente, malogró esta reunión, resolviéndose suspender toda determinación hasta que ellos pudiesen concurrir. Así fué, en efecto, el día 5 de octubre se dispuso citar para el día 10, a todos los miembros del cuerpo capitular, al apoderado Molina y a los seis vecinos ya mencionados ⁽⁴⁶⁾. Pero ese día debió nuevamente postergarse la reunión para el día 17, pues faltaron dos regidores, el alférez real don Simón Chaves Domínguez y el veinte y cuatro don Juan Esteban de Porcelo y Suazo, y como era necesaria la presencia de todos los capitulares por la índole del asunto, no podía resolverse sin contar con ellos ⁽⁴⁷⁾. Reunidos por fin el día 17 los citados, a excepción del apoderado Molina y del alférez real don Simón Chaves Domínguez que se excusó de concurrir alegando ante el alguacil mayor que lo citara, que las cuentas no estaban arregladas en debida forma. Al conocerse esta circunstancia, los cabildantes resolvieron la devolución de las cuentas, para que el apoderado Molina las observara detenidamente y respondiese a la tacha que les hacía el alférez real y así arregladas se pudiese pasar a prorratar su importe, para satisfacerlas. Las observaciones del alférez real se referían a una gratificación de 60 \$, que se hubiera dado en caso de haber pleito, pero como la ciudad de Santiago del Estero no se presentó a dirimir sus derechos no juzgaba ser necesaria la inclusión de esa suma en las cuentas presentadas por el apoderado Molina.

⁽⁴⁵⁾ Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 313 v., líneas 12/15.

⁽⁴⁶⁾ Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 313/314.

⁽⁴⁷⁾ Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 314/315 v.

A los efectos de realizar la prorrata se nombraron diputados del cabildo, al sargento mayor don Francisco Sánchez de la Madrid, regidor alcalde mayor de la Santa Hermandad, y dos vecinos: el sargento mayor don Roque de Avila y don Miguel Laguna ⁽⁴⁸⁾. Por fin presentadas nuevamente las cuentas, el 24 de octubre de 1763, con la quita sugerida por el alférez real, el cabildo proveyó el auto para hacer la prorrata por la cantidad de 601 \$ y 7 reales ⁽⁴⁹⁾. Y el 16 de enero de 1764, se vieron los resultados de esa operación efectuada por los diputados nombrados ya, quienes se habían limitado a reunir sólo la cantidad expresada, sin tener presentes los gastos que se habían originado en esa tarea, por lo cual, es decir, para obtener una mayor cantidad se acordó recurrir a los vecinos de más sólida posición económica de la ciudad, para cubrir la suma de 50 \$ que importaban dichos gastos, confiándose la cobranza a los alcaldes ordinarios ⁽⁵⁰⁾.

Otro documento que denuncia la firmeza de la R^l. provisión prohibiendo el tránsito del camino del Palomar, es la carta u oficio que desde la ciudad de Potosí, con fecha 4 de enero de 1772, el doctor don Pedro de Tagle del Consejo de S. M. y su oidor y alcalde de corte en la Real Audiencia de La Plata y Director, al propio tiempo, de los Reales Situados para el puerto de Buenos Aires, dirigió al gobernador y capitán general de la provincia de Tucumán reiterando otra de su antecesor comunicándole que los *Situados* que salían de aquella villa debían transitar con la mayor brevedad hasta su destino, Buenos Aires, para proveer la subsistencia de las tropas de dicho puerto, y con tal objeto se les debían franquear cuantos caminos quisiesen elegir para acelerar sus viajes, con las seguridades correspondientes «*aunque se hallen Bedados, como sucede en otros particulares, el del Palomar...*» ⁽⁵¹⁾. Este oficio fué comunicado por el gobernador de la provincia a todos los cabildos de la misma, siendo conocido por el de la ciudad de San Miguel de Tucumán, el día 10 de marzo de 1772.

(48) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 315 v./316 v.

(49) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 318/318 v.

(50) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VI, años 1756-1767, folios 328/329.

(51) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Libro Copiador de Cédulas Reales, años 1767-1776, folios 176 v./178 v., la frase transcripta figura en el folio 177, líneas 14/15.

Constituído el Virreinato del Río de la Plata, en 1776, se declaró al año siguiente la libre internación de los efectos de Castilla y de la tierra a las provincias de arriba, y de esta disposición tomó conocimiento el cabildo tucumano el 11 de noviembre de ese mismo año, ordenándose su publicación para noticia de toda la jurisdicción ⁽⁵²⁾. Al año siguiente, el 1º de junio el cuerpo capitular de la ciudad de San Miguel, recibía un pliego del gobernador de la provincia, de fecha 21 de mayo, acompañado de una orden de S. M. — de 3 de febrero — sobre la internación y libre comercio de estas provincias con todas las sujetas al nuevo virreinato ⁽⁵³⁾. Esta medida activó el comercio, evidentemente, y por ende el tráfico comercial intensificó el uso de los caminos legales, pero, al propio tiempo, aumentó las probabilidades de utilización de aquellos considerados como extraviados, el de Palomar por ejemplo, que continuó siendo un camino preferido por muchos comerciantes, que, a pesar de las disposiciones que lo prohibían, siguieron transitándolo.

Esta circunstancia reiterada, dió motivo a que en el mes de octubre de 1778, el procurador general de la ciudad de San Miguel de Tucumán don Joseph Fermín Ruiz Poyo, presentara un pedimento al cabildo manifestando los perjuicios que se deducían, para el desarrollo y progreso de la población tucumana, de la inobservancia de la real provisión ganada en su favor, acerca de que las tropas de carretas y arrias de mulas no transitaran por el camino aludido, debiendo previamente entrar en ella; terminaba su escrito solicitando que el cabildo nombrase un comisionado con asistencia en aquella región, para que cuidase y celase lo que prescribía la mencionada real provisión, y que al propio tiempo se remitiese al excelentísimo señor virrey un testimonio de esta última para que publicándolo en Buenos Aires llegase a noticia de todos los que viajaran para las provincias de arriba, y les recordase que debían pasar por la ciudad de San Miguel, y no por el camino del Palomar, dejándola de lado.

El cabildo tucumano, dispuso entonces despachar oficios al juez cuadrillero de la Santa Hermandad don Casimiro Vera y al capitán don Silvestre Huncos, recomendándoles especial cuidado y celo para que las tropas de carretas y arrias de mulas, tanto las que venían

(52) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 425 v./426.

(53) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 454/455.

de abajo como las que volvían de arriba, bajo ningún pretexto transitaran aquel camino, facultándolos para compeler con todo rigor a los que lo intentasen a que previamente entraran en la ciudad de San Miguel, bajo de las mismas penas impuestas en la real provisión, que se harían extensivas a los comisionados designados si incurrieran en el disimulo de su estricto cumplimiento. De esta medida se despachó, por correo, al virrey, una copia testimoniada con inserción del pedido del procurador mencionado, como así también del acuerdo celebrado, todo con su correspondiente informe ⁽⁵⁴⁾. La contestación del virrey no se hizo esperar y el 29 de ese mismo mes de octubre, el procurador general entregaba al cuerpo capitular, entre otras, una carta fechada en Buenos Aires el 16 de octubre, de dicho funcionario, donde mandaba que la ciudad de San Miguel de Tucumán, nombrase un procurador o apoderado para tratar sobre el asunto en cuestión, y contestar al apoderado que ya tenía nombrado al efecto la ciudad de Santiago del Estero que había ocurrido a S. E., sobre lo mismo, por lo que se reservaba toda decisión de momento hasta llenar el requisito indicado en su comunicación. El inesperado giro que tomaba el litigio con esta disposición virreinal, dió motivo a que el cabildo acordase el más rápido expediente para fomentar el recurso sobre la prohibición del camino del Palomar y con tal objeto ordenóse la convocatoria de un cabildo extraordinario, para el día martes 3 de noviembre, del que participarían todo el vecindario y los oficiales militares del cuerpo de Forasteros, para tratarlo y resolverlo a la brevedad posible, pues era de beneficio común ⁽⁵⁵⁾. Dicho día, reunido el cabildo se resolvió nombrar el procurador que ordenaba el virrey, y siendo necesario dinero para sufragar los gastos de este recurso que se conceptuaron en 100 \$, se pretendió reunirlos entre los presentes, pero no lográndolo se comisionó a los alcaldes ordinarios para obtener de la voluntad de los vecinos que no habían concurrido, la suma necesaria para completarlos, e igual misión se confió al sargento mayor encargado del cuerpo de Forasteros, para solicitar la contribución de la tropa de su mando, quedándose en designar la persona que representaría los intereses de la ciudad ante el virrey, una vez que se reunieran los

(54) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 457 v., línea 11 a folio 458, hasta el fin.

(55) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 473/473 v.

fondos expresados ⁽⁵⁶⁾. Como el asunto urgía, la suma fué facilitada por el regidor veinticuatro don Fermín Ruiz Poyo, librándola a favor de don Adrián Aramburu, vecino de Buenos Aires, confiándole a éste el cabildo tucumano el poder requerido. Las cuentas, registrando la contribución de los vecinos para este recurso, fueron presentadas por el alcalde ordinario de primer voto en el acuerdo del 24 de diciembre de 1778, ordenándose entonces su devolución al que en su oportunidad la facilitara ⁽⁵⁷⁾.

Poco más de un año pasó y como el asunto marchaba muy lentamente se nombró otro apoderado: don Francisco de Alba, en 1779, que era procurador de número de la capital, quien, con fecha 10 de enero de 1780, informaba del estado del negocio que se le confiara al cabildo, que recibió esta comunicación el 1º de febrero, mandando agregarla a los papeles referentes al pleito ⁽⁵⁸⁾. Dos años después, el 9 de octubre de 1782, el cuerpo capitular tucumano recibía remitida por el gobernador de la provincia intendencia de Salta don Andrés Mestre, para su cumplimiento, una real provisión de S. A. — la audiencia — dada en La Plata el 14 de agosto de ese año en la que se ordenaba informase el cabildo tucumano sobre el recurso introducido por la ciudad de Santiago del Estero por la Real Provisión que ganara la ciudad de San Miguel de Tucumán, prohibiendo el tránsito por el camino de Palomar. Esta disposición fué acatada y el cabildo resolvió informar al pie de ella, como se pedía, es decir arreglado al recurso que sobre el asunto había interpuesto la ciudad de Santiago del Estero ante el señor virrey que había emplazado a la de Tucumán para que contestara por apoderado — de acuerdo a su orden de 16 de octubre de 1778 — adjuntando esa orden y las cartas de los procuradores apoderados que estaban siguiendo el juicio ante el virrey ⁽⁵⁹⁾.

A todo esto el tránsito por el camino del Palomar continuaba animadamente, y aunque su uso se consideraba ilegal, en muchos casos se otorgaron permisos oficiales para realizarlo. Bastaría re-

(56) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 473 v./474 v.

(57) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VII, años 1768-1778, folios 479 v./480.

(58) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VIII, años 1779-1787, folios 81/82.

(59) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VIII, años 1779-1787, folios 229/230 v.

cordar que el 31 de agosto de 1786, los señores del cabildo tucumano se enteraban por boca del alcalde de segundo voto, de un oficio pasado por el Administrador de la Renta de Tabacos, don Luis Sanfín⁽⁶⁰⁾, acompañando una providencia del gobernador intendente de la provincia don Andrés Mestre⁽⁶¹⁾, despachada a favor de don Francisco López de Velasco, vecino de la ciudad de Santiago del

(60) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VIII, años 1779-1787, folios 401 v./402.

(61) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 10, años 1783-1787, folios 336/336 v. Allí se encuentra la orden del gobernador don Andrés Mestre, originada por la licencia concedida por el Administrador General y Factor de las Reales Rentas de Tabaco y Naipes de la Provincia de Salta don Thomas Sanchez a don Francisco López de Velasco, para que condujese en su tropa de carretas al puerto de Buenos Aires: «*quarenta y tres/caxones grandes con ochosientas quarenta/ y dos arrobas, y quince libras neto tabaco/de oja, que remite esta Factoria al Sor. Dn. Pedro Dionicio Galves Director Gral. de las / mismas Rs. Rentas de este Virreinato. Por / tanto de parte de S. M. ruego y encargo/y de la mia pido, y suplico alas Justicias/ territoriales por donde transite prebiniendo/alos comandantes, visitadores, Guardas y de-/mas empleados enlas expresadas Rentas/ no le pongan en (sic) menor embarazo en su vi-/aje via recta, antes bien le faciliten por / su dinero los auxilios necesarios, para / que tiene instipula-/do (sic), y en que se intereza el servicio del Rey./ Y de esta Guia se tomará razon en la / contaduría de esta Administracion. Que/es fha. en Salta a quátro de Agosto de mil/setecientos ochenta y seis. — José Thomas/Sánchez — Tomese razon — Andres Surlin-/Respecto aque esta carga es perteneciente./a S. M. y aque el conductor es obligado a entre-/garla con Plazo no sele pondra embarazo en tomar el camino de Tenene con tal que manifieste/este Guia en la Administracon. de Santiago/ut supra- Sanchez-Salta cinco de Agosto/ de mil setecientos ochenta y seys-».* La orden del señor gobernador Mestre que va a continuación del documento anterior, a renglón seguido reza textualmente: «*En atención / a ser constante lo qe. se expresa en la Guia/ de la vuelta, y que a la presicion de llegar a/ Buenos Ayres este tabaco al plazo instipula-/do (sic) se agrega los inconbenientes que hay en/el tránsito por el Tucn. las carretas como se tiene representado al Exmo. Sor. Virrey para que se sirva declarar como corresponde la libertad. / de elegir los traficantes del camino que mas / les acomode, el cabildo de dha ciudad del / Tucuman no solo no pondra embarazo a qe. pasen las presentes carretas aque acompa-/ña esta Guia por el camino de Tenene, pero/ facilitara al dueño de ellas [los auxilios que necesite] [estas palabras se hallan tachadas en el documento]. Dn. Franco. Lopez de Velasco pr. / su dinero todos los auxilios que necesite / por interesarse en la pronta llegada asu / destino la real renta. El señor Governr. Yntendente de esta Prov^a de Salta lo proveyo/mando y firmo por ante mi el Pte. Sec^o. - Andrés/Mestre. Juan Anto. Moro Dias-Seco = testa-/do-los auxilios qe. necesite = no vale = ».*

Estero, franqueándole el paso a su tropa de carretas por el camino del Palomar. Este individuo estaba acusado y bajo la acción del cabildo tucumano ⁽⁶²⁾, por haber utilizado ese camino con sus carreturías cuando se dirigía a Salta, pero a pesar de esta circunstancia, el cabildo resolvió sacar copia de la guía y devolverla al señor Santín, con el correspondiente oficio franqueándole la licencia que pedía, con el objeto de que los comisionados para la vigilancia del camino no le pusieran embarazo en su transporte, pero teniendo presente que el favorecido estaba acusado por haber transitado por dicho camino prohibido, ante el juzgado del alcalde de segundo voto, resolvió también elevar el recurso correspondiente ante el virrey marqués de Loreto, don Nicolás del Campo, manifestándole que el permiso que había concedido el gobernador intendente era arbitrario y procedía contra los privilegios de la ciudad de San Miguel de Tucumán ⁽⁶³⁾.

Llegado el mes de marzo de 1788, el pleito continuaba estacionado. El apoderado don Francisco de Alba, a pesar del dilatado tiempo transcurrido, desde 1779, en que se le nombrara, no había conseguido obtener ninguna ventaja para sus poderdantes, ni menos comunicado al cabildo tucumano el estado de los trámites realizados, ni de otros asuntos que también éste le confiara, ni del dinero que para su atención había invertido, ni del que existiera en su poder, del que se le había remitido. La conducta de este apoderado dió motivos, más que suficientes, al cuerpo capitular tucumano para disponer su reemplazo, y el 9 de marzo de 1788 le revocó su poder, confiriéndolo a don Francisco Antonio Mutis en primer lugar y en segundo a don Pedro Josef Berbel, ambos procuradores de número de la Real Audiencia de distrito que residía en Buenos Aires, para que con arreglo a las instrucciones que se les comunicarían por intermedio del alcalde de primer voto procediesen a lograr la conclu-

(62) El cabildo tucumano ya tenía noticia extraoficial de la marcha, de regreso de Salta de Francisco López de Velasco y había dispuesto su detención, según se desprende de un documento que se guarda en el Archivo de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 10, años 1783-1787, folio 337, que es la contestación de don Vicente Escobar, con fecha 30 de agosto de ese mismo año, al alcalde ordinario don Domingo Villafañe, que le requiriera su auxilio para lograr detenerlo. Al día siguiente, al conocer la disposición del gobernador, el cabildo cambió de parecer y como vemos dió libre tránsito a López de Velasco.

(63) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo VIII, años 1779-1787, folio 402, líneas 12/16.

sión definitiva del litigio, debiendo mantener constante comunicación con el cabildo, por correspondencia, para tenerlo al tanto de su marcha ⁽⁶⁴⁾.

Pero estas disposiciones se tomaban demasiado tarde, nada pudieron hacer ya los nuevos apoderados ⁽⁶⁵⁾, el día 24 de julio de 1788 el cabildo tucumano recibía un oficio del gobernador intendente don Andrés Mestre, fechado el día 12 de ese mes ⁽⁶⁶⁾, al que acompañaba una copia de la superior orden de su excelencia el señor

(64) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo IX, años 1788-1798, folios 18 v./19 v.

(65) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 11, años 1788-1793, folio 29 figura una carta escrita desde Buenos Aires, el día 16 de mayo de 1788, por don Domingo de Paz y Echeverría, que textualmente dice así: «*Tocayo amo. y Sor. mio. Ala Derrn./ debo decir qe. los Santiagueños, sin/ emvargo Dela Suppea. interpuesta, han/obtenido Providencia favorable, en/quanto aque pueda el que quisiere/libremte. caminar porel Camino Del/Palomar o Tenené Providencia cierto/que me es dolorosa por lo mismo/ Deque no beo contrarrestado los Po-/derosos fundamentos qe. expuse, y /abra rma. advertido en la copia del /Esco. que Remití cimentando en los /Documentos qe. se remitieron De/hella, y vmd. me insinua en la/ suya todos los que sin falta de / alguno se encuentran en los / Autos de la materia. Pero esto/ mismo persuade lo irremediable/ Del negocio qe. qual he dicho á/ Eclarde se ha perdido por omi-/sion [29 v.]; departe Del Tucumán. qun./ si de antemano me huviera ha-/blado, o a otro que moviese al Procr./ y demás Hrebejos (sic), huviera logrado/el efecto apetecido; Mas hareglando-/me alo que seme instruye no duda-/re recompense ahesa Ciudad, o Liber-/tandola Del peso Del Puente DeSan-/tiago o haciendo que Pechen algo los/traficants. pa. el Tucumán. aun sin/ entrar en el lo propio que sucede/con el Puente aun quando no lo pa-/san: en lo que pondre mis mayores/ esfuerzos. Lo propio sera con eldeTempo-ralidades en que tampoco deja de no-/tarse a havido mucha omision por/ parte de Vms pues conocida la desi-/día de su Procr. parece devieron ha-/verla agitado Detodos modos;/No he sobstituto el Poder/porque no se hacen cargo [30]: De el,/sino con dinero para satisfacer/ las impensas qe. se causaren, el/ que haré entregue Alba, que recom-/benido me ha respondido, se verá/ después con migo; y seria preciso/ que atorna vuelta me escriba el/Cabildo firmando sus vocales/para el fin De que yo le tome por mi Cuentas; pues ninguno Delos Pro-/curadors. lo querrá hacer,, mediante/la armonía qe. guardan entre si./Me es mui corto el tpo. por/ esto concluyo protextando dar avi-/so en el benidero Dequanto ocurre-/se./Nro. Sor. Gue. avmd. ms. as./Buos. Ays. y Mayo 16 de 1788./BlmoDeVmd. su afmo. serer./Domingo de Paz y Echever-/Ria./ ».*

(66) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Sección Administrativa, tomo 11, años 1788-1793, folio 39. Al margen de este documento una leyenda registra que se contestó el día 29 de Julio de ese mismo año.

virrey Marqués de Loreto, por la que éste habilitaba el camino del Palomar para que por él pudieran transitar libremente todos los caminantes y sus carruajes y esta media fué acatada por el cuerpo capitular de la ciudad de San Miguel de Tucumán, que dispuso su cumplimiento inmediato ⁽⁶⁷⁾.

Y así se dió fin a este pleito, que comenzado virtualmente en 1680 —al proponerse el traslado de la ciudad de San Miguel al Sitio de La Toma, por ser cruce de caminos y poderse vigilar el cobro de los reales haberes, evitando el contrabando y los extravíos—, terminó en 1788, al reconocerse la necesidad de utilizar las rutas más eficientes para propender al desenvolvimiento de estas regiones que se iban poblando y adquiriendo un valor económico y social cierto para la vida del norte del virreinato del Río de la Plata.

(67) Archivo Histórico de la Provincia de Tucumán, Actas Capitulares, originales, tomo IX, años 1788-1798, folios 40/40 v.

JUAN FERNANDO DE LÁZARO

San Miguel de Tucumán, agosto de 1941.

LAS RAICES DEL GENERO «REBULNIUM» EN LA TINTORERIA AMERICANA (1)

POR

G. A. FESTER Y S. G. LEXOW

Del género *Rebulnium* se conocen 25 especies, todas limitadas al continente americano, desde México hasta el sur de Chile y de la República Argentina. En lo que se refiere al uso de las raíces en la tintorería del pasado, observamos una analogía completa a la garantía, *Rubia tinctorum*, del antiguo mundo, la que originariamente no existía en las Américas, pero que se encuentra actualmente en las orillas del río Maipo en Chile, y también bordeando zanjones en Godoy Cruz (Mendoza), tratándose indudablemente de remanentes de cultivos anteriores.

La aplicación de las raíces de las distintas especies de *Rebulnium* era aparentemente muy generalizada en la tintorería de los pueblos americanos (2); así se conoce este material, por ejemplo, en el Brasil, bajo el nombre de *Ruivinha*, y especialmente en el Perú, en Chile y en la República Argentina el uso se ha conservado hasta tiem-

(1) Comunicación en la sesión de la Secc. Santa Fe del 21 de Mayo de 1943.

El trabajo es en parte la continuación de los estudios sobre « Colorantes de insectos », estos *Anales*, t. CXXXII, pág. 100 (1941), y t. CXXXV, pág. 89 (1943). Dejamos constancia de nuestro gran agradecimiento al Dr. C. C. Hosseus, de Córdoba, por la ayuda en la faz botánica de este estudio. Además agradecemos datos bibliográficos o muestras de raíces a los señores Ing. Agr. A. Ragonese (S. Fe), A. Ruiz Leal (Mendoza), Dr. Aureliano Oyarzún, Walter Looser y Hugo Gunckel L. (Santiago de Chile y Temuco).

(2) Según comunicación del señor Paul C. Standley, del Field-Museum, Chicago, al cual agradecemos también la determinación de la especie *Galium (Retulnium) tetragonum* Griseb. de Copina (Córdoba), aparentemente estas raíces no han sido usadas en México y Centro América, aunque, por ejemplo, los indígenas de Guatemala aprovechan otras plantas. Quizás sea la generalización del uso de la cochinilla del nopal que haya impedido el empleo de las raíces.

pos modernos, de modo que haremos a continuación algunas consideraciones particulares sobre la aplicación en estos tres países.

1. USO EN LA TINTORERÍA PERUANA

El cronista P. Bernabé Cobo ⁽³⁾ ya menciona, respecto al « chapichapi », que « se aprovechan los indios de los polvos de su raíz en la tintura de las lanas coloradas ». Según el Dr. Fortunato L. Herrera ⁽⁴⁾, el nombre de « chapichapi » corresponde a *Rebunium microphyllum* (A. Gray) Heimerl., que se usa hoy día todavía en la zona cuzqueña. Además, el autor cita para esta comarca otras 4 especies, entre ellas *R. hypocarpium*, en kechua « chamiri », que se usa en Chile para la misma finalidad, de modo que es probable que también en el Perú se aprovechaban otras especies fuera de *R. microphyllum*.

La aplicación de estas raíces debe ser mucho más antigua que la época del cronista (y quizás anterior al uso de las cochinillas), puesto que nosotros hemos comprobado la presencia de los colorantes de las raíces del género *Rebunium* en los tintes rojos de los tejidos de la necrópolis de Paracas. Con esto confirmamos otra vez nuestra opinión primitiva, expresada hace varios años ⁽⁵⁾, y abandonamos el concepto de que se trate de una cochinilla, cuestión que dejamos todavía abierta en nuestro estudio anterior sobre colorantes de insectos. Para mejor ilustración exponemos a continuación los detalles de nuestros ensayos espectroscópicos:

Los hilos colorados de los tejidos de Paracas se dejan 1-2 días en alcohol con algunas gotas de ácido clorhídrico. Al líquido rojo se le agrega agua y se extrae con éter, que se tiñe de amarillo. Luego, el líquido acuoso se extrae otra vez con benceno, que adquiere una coloración rosada. La solución etérea muestra exactamente el espectro de la purpurina, y la bencénica, el del ácido purpurina-

⁽³⁾ *Historia del Nuevo Mundo*, 1653.

⁽⁴⁾ *Sinopsis de la Flora del Cuzco*, t. I, pág. 391. Lima, 1941.

⁽⁵⁾ *Rev. Museo N. Lima*, t. III, pág. 156 (1934). Compárese también *Archeion*, t. XXII, pág. 232 (1940), y t. XXV, pág. 195 (1943); además los trabajos citados en nota ⁽¹⁾.

carbónico (pseudo-purpurina) ⁽⁶⁾, ambos colorantes que se conocen de la *Rubia tinctorum*, y que hemos aislado por primera vez en forma pura de *Rebulnium tetragonum* de Córdoba ⁽⁷⁾. Asimismo madejas, teñidas con esta raíz, o también con la de *R. hypocarpium* (de Chile o Córdoba), y tratadas de la misma manera como el tejido de Paracas, mostraron un espectro idéntico. Por fin, hemos examinado también el espectro en medio alcalino, agregando algo de lejía sódica al extracto alcohólico del tejido de Paracas y al de las madejas, encontrando en ambos casos las mismas bandas de absorción a unos 536-548 y 500-510 $\mu\mu$, que corresponden a la purpurina.

Puesto que probablemente las distintas especies de *Rebulnium* contienen las mismas constituyentes, no podemos determinar de qué clase se trata en el caso de Paracas en particular, especialmente teniendo en cuenta que no conocemos la flora de la península; quizás se usaba la raíz de *R. nitidum*, que crece, según Weberbauer ⁽⁸⁾, en la zona de lomas de Lima, pero podrían traerse las raíces también de otras comarcas.

Los matices de los tejidos de Paracas varían desde un rojo amarillento hasta un carmín, igual al obtenido con las cochinillas, lo que precisamente nos indujo a cometer nuestro error anterior. De los ensayos referidos en el tercer inciso surge que la tonalidad es muy sensible al pH del baño de tinte: con acidez muy débil, contra tornasol, se obtiene el carmín sobre alúmina, mientras que cuando es algo mayor, ya produce un rojo ladrillo, poco atractivo, pero se puede virar el mismo por un tratamiento posterior. La acidez

(6) Los espectros de los colorantes puros son los siguientes:

<i>Purpurina (en alcohol)</i>	<i>Purpurina (en lejía sódica)</i>
Banda débil a 550-555 $\mu\mu$, apenas visible.	Máximos de extinción, según la bibliografía, a 545, 505 y 280 $\mu\mu$.

Escalón-banda a 505-520 $\mu\mu$, con extinción máxima a 514 $\mu\mu$.

Banda a 478-488 $\mu\mu$, con extinción máxima a 482 $\mu\mu$.

Pseudopurpurina (en benceno)
Bandas a unos 518-532 y 490-500 $\mu\mu$

(La pseudopurpurina se transforma fácilmente en purpurina, especialmente en medio alcalino; el compuesto original en las raíces es un primverósido de la pseudopurpurina).

(7) Contrariamente a la afirmación de M. Siewert (en R. Napp, *La République Argentine*, B. A., 1876, pág. 270), en ninguna de las especies examinadas por nosotros, se puede comprobar la presencia de este colorante.

(8) *Die Pflanzenwelt der peruanischen Anden*, Leipzig, 1911.

del baño no depende solamente de la natural de la raíz, sino puede ser provocada también por el alumbre que los peruanos utilizaron como mordiente ⁽⁹⁾.

2. — USO EN LA TINTORERÍA CHILENA ⁽¹⁰⁾

La bibliografía ⁽¹¹⁾ indica para Chile únicamente la especie *Rebunium hypocarpium* Hemsl., aunque existen también otras, pero que carecen de importancia. La primera, generalizada desde la provincia de Aconcagua hasta la de Llanquihue ⁽¹²⁾, es bien conocida bajo el nombre vulgar de « relbún », vendiéndose la planta como remedio en las yerberías de Santiago. El uso de la raíz en la tintorería indígena en el pasado era muy generalizado, habiendo aprendido los araucanos del Perú y de los españoles, pero parece que hoy día se prefieren los colorantes sintéticos, de aplicación más fácil.

Según Joseph, el tinte colorado « kelū » se prepara de la manera siguiente: « Se extrae el color de las raíces, haciéndolas hervir durante dos horas. Para teñir de rojo, ciertos mapuchos agregan a la tinta el « culle » (*Oxalis rosea*), y alumbre, como mordiente. La lana hervida durante un cuarto de hora en esta tinta conserva el color rojo ».

Lo más interesante en esta prescripción es el uso del culle, por las sales del ácido oxálico contenidas en él. La tintorería moderna no procede de otra manera, agregando igualmente sales de ácidos flojos (oxalato o tartrato), por la acidez sulfúrica del alumbre. Rezcynski menciona los mismos procedimientos, y, además, que él obtuvo con la raíz un rosado sobre seda o algodón, y granate sobre la lana, mientras que la yerba la tiñe en pardo café.

⁽⁹⁾ Véase los trabajos publicados en *Archeion*.

⁽¹⁰⁾ Compárese: A. OYARZÚN y R. F. LATCHAM, *Album de tejidos y alfarería araucana*, Santiago, 1929.

H. CLAUDE JOSEPH, *Los tejidos araucanos*, *Rev. Universitaria*, t. XIII, pág. 978, Santiago, 1931.

O. REZCYNISKI, *Colorantes vegetales chilenos*, *La Farmacia Chilena*, t. XII, pág. 543 (1938), y XIII, pág. 362 (1939).

⁽¹¹⁾ C. GAY, *Historia física y política de Chile*, *Botánica*, t. III, pág. 186, París y Santiago, 1847.

C. REICHE, *Flora de Chile*, t. III, pág. 138, Santiago, 1903.

⁽¹²⁾ Gracias a la ayuda amable del Sr. H. Gunckel, Director del Museo Araucano, encontramos la raíz en el Cerro Nielol, cerca de Temuco. Además recogimos algo en Niebla (Valdivia) y mayores cantidades en Ensenada, al borde del Lago Llanquihue.

3. — USO EN LA REPÚBLICA ARGENTINA

El número de las especies de *Rebunium* en la República Argentina es bastante grande, encontrándose, según Hieronymus ⁽¹³⁾ desde la Patagonia hasta Salta y Corrientes. El uso de las raíces, para fines de tintorería, debe ser muy antiguo, puesto que nosotros encontramos estos colorantes en tejidos de tumbas del norte argentino, suministrados gentilmente por el Dr. Márquez Miranda ⁽¹⁴⁾.

Aunque aparentemente se aprovechaban las raíces en varias zonas del país, el centro tintorero era siempre la provincia de Córdoba, donde en la época colonial, al lado de Tucumán, el arte textil criollo ha llegado a su más alta perfección.

De documentación antigua, referente al arte de teñir, hemos encontrado únicamente algunas observaciones del Marqués de Sobremonte de 1788 ⁽¹⁵⁾, que dice sobre los tejidos, como ponchos, frazadas, bayetas, que « tiñen de azul con añil, de amarillo con una yerba que llaman « chasca », de encarnado con una raíz que hay en las sierras y para hacerle subir el color le mezclan grana... ». Esta última observación se refiere al uso simultáneo de la cochinilla, en primer lugar de *Dactylopius ceylonicus*, que produce un color carmín todavía más vivo.

No se puede decir con exactitud cuál de las distintas especies de *Rebunium*, que se encuentran en determinada zona, se usaba para fines de tintorería, pero es de suponer que no se hizo ninguna distinción, dando la preferencia a aquella planta, que más abunda, cuyas raíces, por su tamaño y su ley en materia colorante, dan el máximo de rendimiento.

Hieronymus indica que se emplean, en el norte argentino, las especies *R. hirsutum* y *richardianum* (soconder, socondo), y en la zona central del país, *R. bigeminum* (raíces charrúas o baranqueras). En todo caso, en la sierra de Córdoba, la gente usa siempre la denominación de « raíces de teñir » o « raíces coloradas » para cualquier especie, y parece seguro que fuera de *R. bigeminum* se emplean también otras, entre ellas *R. tetragonum*, que es la que hemos usado en primer lugar para la investigación de los colorantes ⁽¹⁶⁾.

⁽¹³⁾ *Plantae diaphoricae Florae Argentinae*, pág. 141, B. Aires, 1882.

El autor usa todavía la denominación de *Galium* para el género.

⁽¹⁴⁾ Compárese estos *Anales*, t. CXXXV, pág. 90 (1943).

⁽¹⁵⁾ *Noticias sobre la intendencia de Córdoba de Tucumán*, publicadas por V. G. QUESADA en *La Revista de Buenos Aires*, t. VI, pág. 475 (1865).

⁽¹⁶⁾ El estudio se publica en la *Revista de la Facultad de Química*, S. Fe, t. XI.

Sobre la manera de teñir, Max Siewert⁽¹⁷⁾ dice lo siguiente: « La laine est teinte dans une décoction de ces racines en couleur rose ou rouge sans l'addition d'aucun mordant, et les couleurs sont si solides qu'elles résistent à l'action du soleil et du savon ».

Esta descripción no es completamente exacta, puesto que la raíz tal cual o su decocción, sin mordiente, tiñe la lana y la seda más bien de un pardo anaranjado hasta rojizo (por lo menos en aguas no muy calíferas), aunque es posible virar esta coloración hacia el carmín por un tratamiento posterior, como lo indicamos más adelante.

Nosotros agradecemos algunas informaciones a doña Matilde, una anciana de la comarca de Calamuchita, que es una de las pocas personas que entienden todavía el arte antiguo. Según ella se precisan cuatro ingredientes, la raíz, el alumbre, otra droga más (posiblemente para aflojar la acidez) y, según su expresión, « esta agua que hace una espuma muy colorada ». Esta indicación es muy interesante, puesto que se refiere indudablemente a agua natural, bicarbonatada, que influye en el pH por la base cálcica y además por el hierro, que puede virar el tono hacia un burdeos, influencia que se puede notar también cuando se usa un alumbre natural, ferruginoso.

A continuación damos los resultados de algunos ensayos nuestros, que ilustran lo que hemos dicho más arriba.

Si por exceso de acidez (por ejemplo, no lavando lo suficiente después de mordentar) se llega a un tono rojo ladrillo, éste se puede virar hacia el carmín por un tratamiento posterior, introduciendo poco tiempo en amoníaco diluído, calentado con una suspensión de carbonato cálcico o, mejor aún, dejando la madeja un cuarto de hora en agua de cal.

Como ya se ha mencionado más arriba, es en primer lugar la purpurina que se fija, aún especialmente en el caso de operar sin mordiente, matizada por otros constituyentes de la raíz, todavía no bien definidos, que influyen al parecer favorablemente en lo que se refiere a la resistencia contra el efecto de la luz. En la raíz

(17) Compárese nota (5). Véase además ADRIAN PRATT, *Informe sobre varias materias colorantes*, en *Boletín de la Exposición de Córdoba*, t. VII, pág. 341 (1873). El autor ha efectuado algunos ensayos con las « raíces coloradas », mencionando que el extracto acuoso tiñe el algodón de encarnado, aún en frío.

La obra de CLEMENTE ONELLI *Alfombras, tapices y tejidos criollos*, Buenos Aires, 1916, habla también brevemente de las raíces, en base a las observaciones de Hieronymus.

TABLA N° 1. — ENSAYOS DE TINTORERÍA

A. — Con los colorantes puros

Después de mordentar y lavar se hizo el tinte, hirviendo media hora con agua a la cual se agregó el colorante disuelto en un poco de acetona.

MORDENTAJE	MADEJA DE	COLOR CON PURPURINA
1 gr de alumbre	lana	rosado hasta carmín.
0,3 » » tártaro		
0,2 » » ácido oxálico ..		
1 gr » sulfato férrico .	lana	violado negruzco.
0,3 » tártaro		
0,2 » » ácido oxálico ..		
5 gr de bicromato	lana	burdeos-violado
sin mordiente	lana	rosado hasta carmín, algo pardusco.
sin mordiente	algodón	rosado pálido, algo amarillento.

B. — Con la raíz de *R. tetragonum* de Córdoba

Después de mordentar y lavar, se trató media hora al hervor con algo de la raíz molida.

MORDENTAJE	MADEJA DE	COLOR
1 gr de alumbre	lana	con acidez débil carmín, con acidez mayor rojo ladrillo (por ejemplo, agregando algo de ácido oxálico al baño de tinte).
0,3 » » tártaro		
0,2 » » ácido oxálico ..		
1 gr de sulfato férrico .	lana	pardo violáceo.
0,3 » tártaro		
0,2 » ácido oxálico ..		
0,2 gr de sulfato férrico .	lana	burdeos oscuro apagado.
0,8 » alumbre		
0,3 » » tártaro		
0,2 » ácido oxálico ..	lana	violado pardusco.
5 gr de bicromato		
sin mordiente		
sin mordiente	lana o seda natural	pardo anaranjado hasta rojizo.

TABLA N° 2. — ENSAYOS DE RESISTENCIA CONTRA LA LUZ DEL DÍA

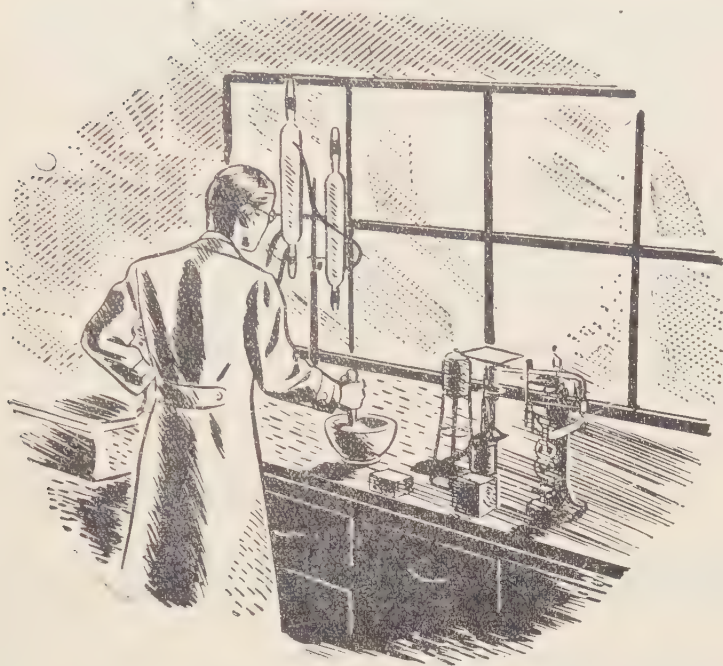
OBJETO	COLOR PRIMITIVO	EFFECTO DE 4 SEMANAS DE EXPOSICIÓN
Madeja teñida con purpurina sobre mordiente de alúmina	rosádo	considerablemente palidecido y apagado.
Id. sobre mordiente de cromo	burdeos-violado	un poco más claro.
Madeja teñida con la raíz de <i>R. tetragonum</i> , sobre mordiente de alúmina	rojo-carmín	más oscuro.
Id. sobre mordiente de cromo	violado, pardusco	algo más obscuro.
Id. sin mordiente	pardo anaranjado	algo más claro y amarillento.
Tejido de Paracas	carmín	un poco más claro y apagado.

misma, la purpurina se encuentra preferiblemente en forma de su ácido carbozílico (ligado a azúcares), y algunos autores atribuyen la gran resistencia del tinte de la garancia europea precisamente a la presencia de este ácido. Por otra parte, tiñendo con el ácido la lana mordida con alúmina y extrayendo luego la materia colorante de la madeja por medio de alcohol con un poco de ácido clorhídrico, se obtiene casi exclusivamente la purpurina y muy poco del ácido carboxílico, lo que hace muy verisímil que éste ya se descompone mayormente en el baño del tinte. Hemos efectuado algunos ensayos sobre la resistencia contra la luz de día, exponiendo madejas teñidas, protegiendo la mitad de cada una por papel oscuro. La madeja teñida con purpurina pura sobre mordiente de alúmina, al cabo de cuatro semanas (en invierno) ya mostró una coloración mucho más clara y apagada, mientras que la lana teñida con la raíz sobre mordiente de alúmina (y similar, sobre cromo) no sólo no estaba blanqueda, sino, por lo contrario, tenía una coloración más obscura, algo pardusea⁽¹⁸⁾, lo que nos induce precisamente a admitir una influencia de los constituyentes no definidos de la raíz.

También el tinte carmín de un tejido de Paracas, no obstante la edad milenaria, tratado de la misma manera, había palidecido mucho menos que la madeja teñida con purpurina pura.

(18) Recién a cabo de 2-3 meses se nota un blanqueo mayor.

CALIDAD CONTROLADA



LA calidad del cemento portland "SAN MARTIN" está garantizada por la organización que lo fabrica, desde hace veinte años, bajo la más severa y permanente fiscalización de sus laboratorios

químicos. De ahí que su calidad responda a las mayores exigencias y constituya, en todo momento, una garantía permanente para el profesional y una seguridad positiva para el propietario.

CALIDAD · SERVICIO · COOPERACION



INDUSTRIA ARGENTINA

COMPANIA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND

RECONQUISTA 46 · BUENOS AIRES • SARMIENTO 991 · ROSARIO



INDUSTRIA ARGENTINA

1918

**25 años al servicio del Comercio,
la Industria y la Propiedad**

1943

COMPañA DE SEGUROS
La Comercial e Industrial de Avellaneda
SOCIEDAD ANONIMA

Avda. Mitre 429 (piso 1º) - Avellaneda — U. T. 22 - 7941 y 22 - 9138



EL COMERCIO

COMPañA DE SEGUROS A PRIMA FIJA

MAIPU 53 - Bs. As. - U. T. 34, DEFENSA 2181

VIDA - INCENDIOS - AUTOMOVILES

★

MARITIMOS - CRISTALES - GRANIZO

★

Presidente: Ernesto Mignaqui

Gerente: E. P. Bordenave



SUD AMERICA

Av. R. SAENZ PENA 530 - BUENOS AIRES

*La más poderosa y
difundida en el país.*

Seguros de Vida en vigor:

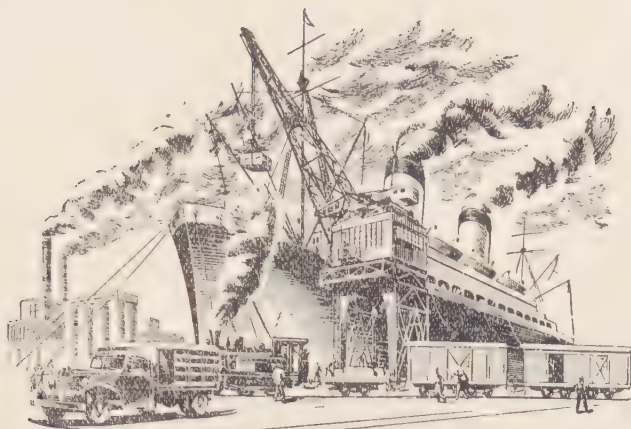
\$ 389.014.976 m/l.

Reservas Técnicas:

\$ 61.852.525 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923:

\$ 118.849.516 m/l.



Al servicio de la VIDA MODERNA



SHELL

PRODUCTOS DE PETROLEO



FIRMES como la ROCA

PARA TODAS
SUS FUNDACIONES
Y EN CUALQUIER TERRENO

PILOTES FRANKI ARGENTINA

S. de R. Lda.

Administración:

Avda. Pte. ROQUE SAENZ PEÑA 788

BUENOS AIRES

U. T. 34 - Defensa 4811

TALLERES MARI

SOC. DE RESP. LTDA.

Capital \$ 160.000

PTE. LUIS SAENZ PEÑA 1835

U. T. 23 - 0584 - 5327

TODA MAQUINA PARA LA CONSTRUCCION:

Moladoras - Mezcladoras - Hormigoneras - Guinches Giratorios - Baldes - Canastos, etc.
Elevadores de Materiales - Montacargas Eléctricos - Pescantes, plumas, plataformas, etc.

MECANICA EN GENERAL:

Cualquier Repuesto para Automóviles y para Máquinas Industriales.

C R I S T A L E R I A S M A Y B O G L A S

Sociedad de Responsabilidad Limitada

CAPITAL \$ 1.000.000 m/n



ENVASES DE VIDRIO - TUBOS DE VIDRIO

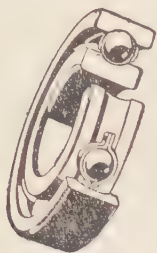
BLOQUES PARA PISOS Y TABIQUES

Escritorio:

Caseros 3121
U. T. 61-0212

Fabrica:

Tabaré 1630
U. T. 61-3800



RODAMIENTOS **SKF**

BUENOS AIRES - ROSARIO - CORDOBA
TUCUMAN - MENDOZA Y PARANA

COMPAÑIAS ARGENTINAS DE SEGUROS “LA ESTRELLA” S. A. Y “AMERICA”

PARA SUS BIENES ASEGURABLES, LES OFRECEN SUS AMPLIAS GARANTIAS
CIMENTADAS EN SU LARGA TRAYECTORIA DE VIDA ASEGURADORA

Teléfonos:
U. T. 31, 2747 - 2890 - 2727

471-SAN MARTIN-475
BUENOS AIRES

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
 Agostini, María Carmen
 Aguirre Celiz, Julio
 Albertoni, Juan L.
 Albizzati, Carlos M.
 Alessi, Juan M.
 Alvarez de Toledo, Bell-sario
 Allaria Amézaga, José A.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Amoretti, Alejandro R.
 Ancell, Carlos F.
 André, Enrique de
 Afón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aragón, José María
 Arce, José
 Arce, Manuel J.
 Ardigó, Dante A.
 Arena, Antonio
 Arnaud, Silvio J.
 Auderut Barbeito, Arturo
 Avila Méndez, Delfín
 Bachmann, Ernesto
 Bachofen, Elisa B.
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Ballani, Luis M.
 Bancalari, Agustín
 Bandoni, Alfredo J.
 Barabino Amadeo, S.
 Bardin, Pablo P.
 Barral Souto, José
 Basciagli, Pablo Carlos
 Bazán, Pedro
 Becke, Alejandro von der
 Benigni, Benigno
 Beordi, Manuel A.
 Berjman, Elena
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Bertomeu, Carlos A.
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi, Domingo A. M.
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blanchard, Everard E.
 Blaquier, Juan
 Blasco, José
 Blaser, Florencio
 Boaglio, Santiago
 Böhlingk, Heriberto
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bonello, Roberto
 Bontempt, Luis
 Bordas, Alejandro F.
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Brunengo, Pedro
 Bulch, Raúl

Bula, Clotilde A.
 Buontempo, Guillermo
 Burkart, Arturo
 Busconi, Estela M.
 Busso, Eduardo B.
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Cailliet Bois, Teodoro
 Canale, Humberto
 Cánepa, Enrique P.
 Capelli, Pedro F.
 Capurro, Roberto H.
 Carabelli, Juan José
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Cárdenas, Emilio F.
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carniglia, José
 Casacuberta, Antonio
 Casal, Pedro Segundo
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castifielras, Julio R.
 Ceppi, Héctor
 Cerri, Italo Américo
 Cimaschi, Enrique O.
 Clausen, Enrique G. E.
 Clos, Enrique C.
 Cock, Guillermo E.
 Colina, Bartolomé de la
 Colla, Ada Silvia
 Comes, Horacio
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Carlos C.
 Chanourdie, Enrique
 Chedufau, Edmundo C.
 Chizzini Melo, Aníbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Damianovich, Horacio
 Dassen, Rodolfo
 Dasso, Ricardo L.
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 Demarchi, Alfredo A.
 De Michino, Américo F.
 De Nardo, Juan B.
 Dennler, Jorge
 Deulofeu, Venancio
 Díaz, Emilio C.
 Díaz, Emilio L.
 Dickmann, Emilio
 Dieulefait, Carlos E.
 Di Tella, Torcuato
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Duarte, Florentino, M.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durafona y Vedía, A.

Durrieu, Mauricio
 Escudero, Antonio
 Escudero, Pedro
 Esperne, Juan
 Faré, Santo S.
 Farango, Adolfo P.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández, José S.
 Fernández Long, S.
 Fesquet Alberto E. J.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fiore, Luis
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Frenguelli, Joaquín
 Freude, Ludwig
 Fűrnkorn, Divico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Gaffuri, Domingo
 Galmarini, Alfredo G.
 Gando, Alfredo R.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Gatti, Alfredo B.
 Gavilán Alvarado, Elías R.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Giannone, José
 Giusti, Leopoldo
 González Beaussier, Carlos
 González Domínguez, Alberto
 González, Juan B.
 Gorostiaga, Roberto
 Gorriti, Fernando
 Gottschalk, Otto
 Grieben, Arturo
 Guerrico, Adolfo O.
 Gutiérrez Acha, Alfredo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hoebeke, Luis
 Hofmann, Herbert
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isella, Carlos
 Ivanishevich, Ludovico
 Jauch, Clotilde
 Jakob, Cristofredo
 Jorge, José M.
 Jourde Rollet, Paul C.G.
 Kapus, Ervin E.

Ketzelman, Federico
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Knoche, Walter
 Kostevitch, Miguel M.
 Krapf, E. Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Lana Sarrate, Casimiro
 Laplaza, Florián
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo F.
 Latzina, Eduardo
 Levene, Julio C.
 Liebermann, José
 Lignières, Roberto
 Limeses, José
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lobo, Rodolfo
 Lóizaga, Niceto S.
 Lombardi, Alberto
 Loyarte, Ramón G.
 Llauro, José
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Manera, Edmundo
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Marcellán, Francisco
 Martignone, Eduardo
 Martínez Dalke, Luis M.
 Mazza, Sigfrido C.
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercan, Agustín
 Meriggi, Juan C.
 Mermoz, Francisco A.
 Micheletti, José A.
 Migone, Luis V.
 Molino, José F.
 Molinari, Horacio J.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moragues Bernat, Jaime
 Moreno, Evaristo V.
 Morixe, José Bernabé
 Mouchet, Enrique
 Mulleady, Ricardo T.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Navarro Viola, Jorge
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Noya, Rómulo M.
 Nürnberg, Zacarías M.
 Ogloblin, Alejandro
 Olguín, Juan
 Olivera, Carlos E.
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortiz, Aníbal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge

Otamendi, Gustavo Otonello, Héctor Otonello, Néstor J Páez, José María Page, Franklin Nelson Paltoví, y Oliveras A. Palacio Posse, Ramón Palazzo, Pascual Parel, Clovis A. M. Parodi, Edmundo Parodi, Lorenzo R. Parodi, Raúl Pasqualini, Clodoveo Pastore, Franco Paz Anchorena, José M. Penazzio, Oscar Perazzo, Roberto J. Pérez del Cerro, Carlos A. Pérez Hernández, A.. Pérez Martínez, Aníbal Perrone, Cayetano Pestalarido, Agustín Pini, Aldo S. Pistarelli, Julio A. Plá, Cortés Platz, Hubert Polledo, César M. Portillo, Gregorio A. Posadas, Carlos Puchulu, Juan F. Puente, Francisco de la Quinos, José Luis	Quilroga, Pedro R. Raimondi, Alejandro Ramaccioni, Danilo Ramallo, Carlos M. Rathgeb, Alfonso Ratto, Héctor R. Raver, Ignacio Re, Pedro M. Rebuelto, Emilio Reece, William Asher Repetto, Blas Angel Repossini, José Rezzani, José María Rissotto, Atilio A. Rizzoli, Ricardo H. Roca, Félix Rodríguez, Miguel Roffo, Angel H. Roldán, Raimundo Rokotnitz, Otto Rosas, Agustín Rosauer, Rodolfo E. Russell Soler, Pedro Ruata, Luis E. Ruiz Moreno, Adrián Ruiz Moreno, Isidoro Sabaria, Enrique Salomón, Hugo Sampietro, Adolfo D. Sánchez Díaz, Abel Sánchez, José Ricardo Sánchez, Gregorio L. Sanromán, Iberio	Santángelo, Rodolfo Santos Rossell, Carlos Saralegui, Antonio M. Sarhy, Juan F. Sarabayrouse, Eugenio Savastano, Julio Savon, Marcos A. Schleich, Bernardo E. Schnack, Benno J. Schneider, Otto Schulz, Guillermo Selva, Domingo Selzer, Samuel Sesma, Angel Sheahan, Juan F. Simonoff, Miguel Simons, Hellmut Siri, Luis Sirotzky, David Sisto, Emilio E. Skiadaressis, Rafael M. Sobral, Arturo Solari, Emilio F. Solari, Miguel A. Soler, Frank L. Somonte, Eduardo Sordelli, Alfredo Spinetto, David J. Spota, Victor J. Stoop, Arnoldo Storni, Segundo R. Tarragona, José Tello, Eugenio	Torre Bertucci, Pedro Torello, Pablo Tossini, Luis Trelles, Rogelio A. Trucco, Sixto E. Turdera, Raúl D. Valeiras, Antonio Valentini, Argentino Valentinuzzi, Máximo Vallebella, Colón B. Vallejo, Segundo E. Vanossi, Reinaldo Vaquer, Antonio Varela Gil, José Veyga, Francisco de Vidal, Eduardo Vignati, Milcíades A. Vignaux, Juan C. Vinardell, Alberto Voilajuson, Julián Volpatti, Eduardo Volpi, Carlos A. Wainer, Jacobo Wauters, Carlos Wernicke, Raúl White, Guillermo J. Wolff, Pablo Osvaldo Wunenburger, Gastón Yepes, José Zamboni, Agustín Zanetta, Alberto Zappi, Enrique V. Zuloaga, Angel M.
--	--	---	--

SOCIOS ACTIVOS NO RESIDENTES

Carelli, Antonio Fischer, Gustavo Juan	King, Diarmid O.	Kinkelin Pelletan, Eugenio de	Laporte, Luis B.
---	------------------	-------------------------------	------------------

SOCIOS ADHERENTES

Bardin, Pedro P. Bazzanella, José Carrera, César J. M. Cotlar, Mischa Chiodin, Alfredo S. Di Leo, Ernesto Dupont, Benja Elizondo, Francisco M. Ferramola, Raúl	García, Eduardo D. Gingold Tarder, Boris Gorchs, Agustín C. Greenway, Daniel J. Hendler, Eugenio Hermitte, Raúl J. J. Junqué Gassó, Alfredo R. Kutner, Elías Leiguarda, Ramón H.	Mallhos, Luis E. Milesi, Emilio Angel Molfino, Rubén H. Monteverde, José J. Peraldo, Leo Podestá Aubone, Roberto Recoder, Roberto F. Repetto, Cayetano	Reynal, Jorge E. Rusconi, Carlos Sadosky, Manuel Salavin, Raimundo G. Stacco, Alberto Carlos Tarhay, Irene Tortorelli, Lucas A. Viticcioli, Fernando Wechsler, Wolf
--	--	---	---

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cia. Banda de Estribor Benvenuto y Cia. Bunge y Born, Ltda. Compañía General de Construcciones De la Puente y Bustamante	D'Elia, Antonio Establecimientos Industriales "Febo" Italo Argentino Puricelli Latham Urtubey, Agustín O. Lutz, Ferrando y Cia. Hijos de Atilio Massone	O. Guglielmoni Otto Hess, S. A. Peña, Guillermo A. Jacobo Peuser, S. A. Polledo Hnos. y Cia. Polledo, S. A. Rezzani y Esperne Rivara y Cia.	Siemens-Bauunion S. A. Talleres Metalúrgicos San Martín «TAMET» T. Gr. «Tomás Palumbo» Ultramar, S. A. Petrol. Arg. Wayss y Freytag
---	--	--	--

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cia. (Lda).

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ingº Agrº Bruno Santini; Vice-Presidente, Prof. Rolando Hereñú; Secretario de actas, Ingº Agrº Arturo Ragonese; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Emilio A. Vergara; Tesorero, Ingº Quím. Mario Schivazzappa; Vocales titulares: Dr. José Piazza, e Ingº Quím. Carlos Christen; Vocales suplentes: Dr. Gustavo A. Fester e Ingº Civ. Francisco Uroondo; Encargado de Publicaciones, Ingº Civ. José Babini; Encargado de Biblioteca y Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leonidas	Giscadre, Lorenzo	Montpellier, Luis Marcos	Rouzaut, Rodolfo
Ariotti, Juan Carlos	Gollán, Josué (h.)	Mounier, Celestino	Salaber, Julio
Babini, José	Hereñú, Rolando	Muzzio, Enrique	Salgado, José
Berraz, Guillermo	Hotschewer, Curto	Nicollier, Victor S.	Santini, Bruno L. P.
Bertuzzi, Francisco A.	Kleer, Gregorio	Nigro, Angel	Schivazzappa, Mario
Bossi, Celestino	Lachaga, Dámaso A.	Niklison, Carlos A.	Simonutti, Atilio A.
Cerana, Miguel	Lexow, Siegfried G.	Peresutti, Luis	Spezzati, Carlos
Costa Comas, Ignacio M.	Mai, Carlos	Piazza, José	Tissebaum, Mariano
Crouzelles, A. L. de	Mallea, Oscar S.	Piñero, Rodolfo	Uroondo, Francisco E.
Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Pozzo, Hiram J.	Vergara, Emilio A.
Christen, Carlos	Marino, Antonio E.	Puente, Nemesio G. de la	Virasoro, Enrique
Christen, Rodolfo G.	Méndez, Rafael O.	Ragonese, Arturo E.	Zárate, Carlos C.
Fester, Gustavo A.	Minervini, José		

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-Presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, — Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Bacal, Benjamín	Ceresa, Mario Carlos D.	Lombardozzi, Vicente P.	Rosales, Ranulfo S.
Barceló, Manuel	Christensen, Jorge R.	Magni S., Carlos J.	Ruiz Leal, Adrian
Bauzá, Juan	Croce, Francisco M.	Minoprio, José D. J.	Sáez Medina, Miguel
Benegas, Raúl	Dels, Pedro (h.)	Paganotto, Juan P.	Serra, Luis Angel
Bidone, Mario	Dodds, Leonel	Patifio, Roberto V.	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Gamba, Otto	Pescatori Arentsen, Gustavo	Suárez, Jorge Carlos
Burgoa, Pedro A.	Gomensoro, José N.	Piccione, Cayetano C.	Sueta, Luis G.
Carette, Eduardo	González, Joaquín R.	Ponce, José Raúl	Toso, Juan P.
Cassale, Florencio B.	Lara, Juan B.		

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Emillano J. Mac Donagh; Secretario, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Tomás C. Pera; Vocales: Ingº Juan Carlos Lindquist, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Víctor M. Arroyo, Prof. Alberto A. Mignanego.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel	Arroyo Basaldúa, Víctor M.	Burgueño, José Luis	Cortelezzi, Juana
Angli, Jerónimo		Coria, Pedro E.	

Crespi Gherzi, Roberto A.
Christmann, Federico E.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Inda, Carmen
Landolfi, José María
Lindquist, Juan Carlos
Lizarán, Fernando

Loedel Palumbo, Enrique
Mac Donagh, Emiliano J.
Madrid, Diógenes
Magliano, Hilario
Márquez, Aníbal R.
Marmont, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Mignanego, Alberto Armando

Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rigamonti, Esteban F.
Ringuelet, Emilo J.
Romano Yalour, Juan G.
Sabato, Juan

Sáez, Francisco A.
Sagastume, Carlos A.
Sagastume Berra, A. E.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SECCION TUCUMAN

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing? Félix Cernuschi; Secretario, Dr. Luis N. Pizzorno; Tesorero, Dr. Guillermo Cetrángolo; Vocales: Dr. William E. Cross, Dr. Aníbal Sánchez Reulet, Dr. Raúl J. Blaisten, Dr. Rafael Sorol.

SOCIOS ACTIVOS

Alvarado, Carlos Alberto
Balmori, Clemente H.
Benvenuto Terracini, Aron
Blaisten, Raúl J.
Bogglatto, Dante E.
Cecillo, Armando
Cernuschi, Félix
Cetrángolo, Guillermo
Conceicao de la Cruz, Alfonso
Cross, William E.
Cuenya, Carlos (h.)
Dates, Juan W.

Descole, Horacio R.
Deza Cenet, Dacio
Escalante, Dardo A.
Fontana, Iván R.
Freiberg, Salomón
Fonio, Osvaldo A.
Frondizl, Risieri
Greve, Walther
Guzmán, Arturo M.
Herrera, Félix E.
Ibáñez, Adolfo P.
Jung, Walter
Lázaro, Juan F. de
Lebrón, Enrique Juan

Lobo, Arturo
Maidana, Héctor R.
Manoff, Isaac
Nanni, Luis Fernando
Novillo, Napoleón R.
Peirano, Abel A.
Peña Guzmán, Solano
Pepe, O. Rodolfo
Pizzorno, Luis N.
Robín, Maximiliano V.
Rodríguez Marquina, Elío
Rohmeder, Guillermo
Romafia, Cecilio
Saleme, Ernesto M.

Sánchez Reulet, Aníbal
Santillán, Luis A.
Santillán, Prudencio
Schegg, Alfredo
Silvetti, Luis María
Seria Bravo, Custodio
Sorol, Rafael V.
Storni, Julio S.
Terracini, Alejandro E.
Treves, Renato
Uslenghi, Alejandro E.
Verna, Luis C.
Victoria, Virgilio A.
Virla, Eugenio F.
Würeschmidt, José

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R. México
Alvarez, Antenor Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de San Pablo (Br.)
Avenidaño, Leonidas Lima
Bachmann, Carlos J. Lima
Birkhoff, Jorge D. New York
Bolívar, Ignacio Madrid
Bonarelli, Guido Gubbe (It.)
Borel, Emile París
Cabrera, Blás Madrid
Campos Porto, Pablo Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M. Lima
Chester Bradley, J. Ithaca, N. Y.
Darmois, Eugenio Nancy (Fr.)
Darmois, Georges París
Dávila, Rubén Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo Lima
Fiebrig, Carlos Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo... Santiago (Ch.)
Fort, Michel Lima
García Godofredo Lima
González del Riego, Felipe .. Lima
Goodspeed, Thomas H. Berkeley, Cal.
Greve, Germán Santiago (Ch.)
Guinler, Philibert Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques París
Hauman, Luciano Bruselas

Hernández, Juvenal Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis México
Janet, Pierre París
Jiménez de Asúa, Luis Madrid
Ketper, Guillermo Berlín
Langevin, Paul París
Levi, Peppo Rosario
Lobo, Bruno Río de Janeiro
Mardones, Francisco Santiago (Ch.)
Molina, Enrique Concep. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E. México
Montel, Paul París
Moretti, Gaetano Milán
Oliver Schneider, Carlos ... Concep. (Ch.)
Perelra d'Andrade, Lencastre Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G. México
Perrine, Carlos D. Córdoba
Pi y Suñer, Augusto Barcelona
Reyes Cox, Eduardo Santiago (Ch.)
Rosenblatt, Alfred Lima
Rowe, Leo S. Washington
Tello, Julio C. Lima
Terracini, Alejandro Tucumán
Valle, Rafael H. México
Vélez, Daniel M. México
Villaraz, Manuel V. Lima
Vitoria, Eduardo Barcelona